

10984

NICKEL

vuibert supérieur

# MATHÉMATIQUES

Séries,  
séries vectorielles,  
suites  
et séries de fonctions

73 exercices corrigés

Rappels de cours

DEUG sciences  
Prépas scientifiques

# Sommaire

<b>Chapitre 1. - Séries</b> .....	<b>9</b>
<b>I. Convergence d'une série vectorielle</b> .....	<b>9</b>
1. Définitions .....	9
2. Suites et séries .....	10
3. Reste d'ordre $n$ d'une série convergente .....	10
4. Espace vectoriel des séries convergentes d'éléments de $E$ .....	11
5. Cas où l'espace vectoriel $E$ est de dimension finie .....	12
<b>II. - Condition nécessaire et (ou) suffisante de convergence</b> .....	<b>13</b>
1. Condition nécessaire de convergence .....	13
2. Critère de Cauchy .....	13
<b>III. - Séries absolument convergentes</b> .....	<b>14</b>
<b>IV. - Séries numériques à termes positifs</b> .....	<b>14</b>
1. Théorème fondamental .....	15
2. Comparaison d'une série et d'une intégrale ..	15
3. Règle de comparaison, règle des équivalents ..	17
4. Application de la règle de comparaison : règles de Riemann ou règles $n^\alpha u_n$ .....	18
5. Série géométrique, Comparaison à une série géométrique .....	20
6. Comparaison des quotients $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ .....	21

<b>V. - Séries numériques à termes de signes quelconques</b> .....	<b>22</b>
1. Séries alternées .....	22
2. Utilisation d'équivalents ou de développements asymptotiques .....	22
3. Règle d'Abel .....	24
<b>VI. Produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes</b> .....	<b>25</b>
<b>Exercices</b> .....	<b>26</b>
1.1. Séries ; définitions premières .....	26
1.2. Séries à termes positifs ; propriétés générales	29
1.3. Séries à termes positifs ; règles de convergence	37
1.4. Séries à termes de signes quelconques .....	68
<b>Chapitre 2. — Etude de la somme, des sommes partielles, des restes d'ordre <math>n</math> d'une série numérique</b>	<b>85</b>
<b>I. - Sommation par tranches</b> .....	<b>85</b>
1. Groupements de termes .....	85
2. Propriété générale .....	86
3. Séries numériques à termes positifs .....	86
4. Groupements de longueur limitée .....	87
5. Remarque .....	87
<b>II. - Modification de l'ordre des termes</b> .....	<b>87</b>
1. Définition du problème .....	87
2. Cas des séries absolument convergentes .....	88

<b>III. — Valeurs approchées de la somme d'une série</b> .....	<b>88</b>
1. Séries alternées .....	88
2. Séries relevant d'une méthode de comparaison à une série géométrique .....	89
3. Série étudiée par comparaison à une intégrale impropre .....	90
<b>IV. - Equivalents de <math>\sum_{k=0}^n u_k</math> ou de <math>\sum_{k=n+1}^{+\infty} u_k</math></b> .....	<b>91</b>
1. Sommation des relations de comparaison .....	91
2. Somme partielle d'une série comparée à une intégrale .....	92
<b>Exercices</b> .....	<b>93</b>
2.1. Groupements de termes .....	93
2.2. Modification de l'ordre des termes .....	99
2.3. Sommations exactes .....	104
2.4. Sommations approchées .....	110
2.5. Recherche ou utilisation de l'équivalent d'une somme partielle ou d'un reste .....	120
<b>Chapitre 3. - Suite de fonctions</b> .....	<b>127</b>
<b>I. Convergences d'une suite de fonctions</b> .....	<b>127</b>
1. Convergence simple ou ponctuelle .....	127
2. Convergence uniforme .....	127
3. Propriétés .....	128
4. Etude pratique d'une convergence uniforme ..	128
5. Mise en évidence d'une convergence non uniforme .....	129
6. Critère de Cauchy .....	129
7. Propriétés des sous-ensembles où s'observe un convergence .....	129

<b>II. Limite, continuité de la limite uniforme d'une suite de fonctions</b> .....	<b>130</b>
1. Limite .....	130
2. Continuité .....	131
<b>III. Intégration</b> .....	<b>132</b>
1. Intégration .....	132
2. Primitives .....	133
<b>IV. Dérivation</b> .....	<b>133</b>
1. Dérivation première .....	133
2. Itération .....	134
<b>Exercices</b> .....	<b>134</b>
3.1. Convergences d'une suite de fonctions .....	134
3.2. Suites de fonctions et intégration .....	143
3.3. Suites de fonctions et dérivation .....	159
<b>Chapitre 4 - Séries de fonctions</b> .....	<b>163</b>
<b>I. - Convergences simple, uniforme, normale</b> .....	<b>163</b>
1. Convergence simple .....	163
2. Convergence uniforme .....	164
3. Convergence normale .....	165
<b>II. - Critère de Cauchy</b> .....	<b>166</b>
<b>III. - Comparaison des différentes notions de convergence</b> .....	<b>167</b>

<b>IV. - Limite, continuité de la somme d'une série de fonctions convergeant uniformément</b> .....	<b>167</b>
1. Limite .....	167
2. Continuité .....	168
<b>V. - Intégration terme à terme</b> .....	<b>168</b>
1. Intégration .....	168
2. Primitives .....	169
<b>VI. - Dérivation terme à terme</b> .....	<b>170</b>
1. Dérivation première .....	170
2. Itération .....	171
<b>Exercices</b> .....	<b>172</b>
4.1. Convergences d'une série de fonctions .....	172
4.2. Séries de fonctions et intégration .....	182
4.3. Séries de fonctions et dérivation .....	193
4.4. Equivalent de la somme d'une série de fonctions .....	198
4.5. Etude de fonctions définies comme somme d'une série .....	210

# MATHÉMATIQUES

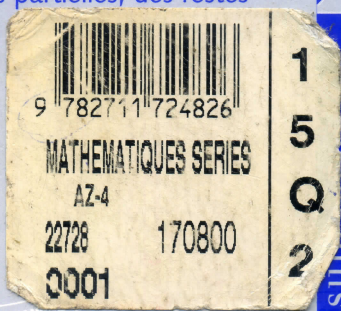
R. Dupont

Séries, séries vectorielles,  
suites et séries de fonctions

73 exercices corrigés

Rappels de cours

1. Séries
2. Étude de la somme, des sommes partielles, des restes d'ordre  $n$  d'une série numérique
3. Suite de fonctions
4. Séries de fonctions



ISBN 2 7117 2482 4

Couverture



NICKEL

vuibert superieur