

*B. CALVO, J. DOYEN*  
*A. CALVO, F. BOSCHET*

# **COURS d'analyse**

*VI*

**fonctions de variable complexe**

*premier cycle de l'enseignement supérieur  
et classes préparatoires scientifiques*

Armand Colin \_ collection **U**

Série « Mathématiques » dirigée par André REVUZ

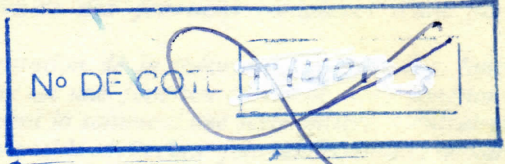
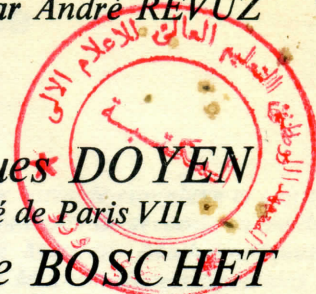
M45/T6

Bernard CALVO, Jacques DOYEN

Maitres-Assistants à l'Université de Paris VII

Adina CALVO, Françoise BOSCHET

Assistantes à l'Université de Paris VII

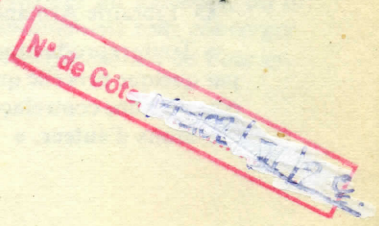


# COURS d'analyse

VI

## fonctions de variable complexe

premier cycle de l'enseignement supérieur et classes préparatoires scientifiques



Librairie Armand COLIN  
103, bd St-Michel, Paris 5<sup>e</sup>

# TABLE DES MATIÈRES



<b>Chapitre 1. Fonctions holomorphes</b> .....	5
1.1. Fonctions analytiques .....	5
1.2. Fonctions holomorphes .....	10
1.3. Logarithme complexe et fonctions associées .....	13
1.4. Théorie de Cauchy. Théorèmes fondamentaux sur les fonctions holomorphes .....	18
1.5. Construction de fonctions holomorphes .....	37
1.6. Fonctions harmoniques. Formule de Poisson .....	40
1.7. Transformations conformes .....	48
Exercices .....	56
<b>Chapitre 2. Calcul des résidus</b> .....	64
2.1. Développements de Laurent. Points singuliers .....	64
2.2. Théorème des résidus .....	74
2.3. Calcul d'intégrales par la méthode des résidus .....	84
Exercices .....	99
<b>Chapitre 3. Séries de Fourier</b> .....	106
3.1. Définitions. Premières propriétés .....	106
3.2. Théorèmes de convergence .....	117
3.3. Convergence en moyenne .....	144
Exercices .....	152
<b>Sujets d'étude</b> .....	159
1. Prolongement analytique de la somme d'une série entière .....	159
2. Fonctions elliptiques. Fonction $\wp$ de Weierstrass .....	161
3. Transformation de Laplace .....	165
4. Exemple de Lebesgue .....	166
5. Exemples de Fejér .....	168
6. Transformation de Fourier .....	171
<b>Indications pour la solution des exercices</b> .....	176
Sur le chapitre 1 .....	176
Sur le chapitre 2 .....	181
Sur le chapitre 3 .....	187

# cours d'analyse

## fonctions de variable complexe

### L'OUVRAGE

Ce volume est consacré à l'étude des fonctions de variable complexe et contient quelques notions d'analyse de Fourier.

L'essentiel du chapitre 1 est la présentation de la théorie de Cauchy des fonctions holomorphes. On prouve qu'une fonction de variable complexe est holomorphe si et seulement si elle est analytique et on donne quelques conséquences de ce résultat. La fin du chapitre 1 contient la solution du problème de Dirichlet pour un disque et l'étude des transformations conformes du plan.

Le chapitre 2 est centré sur le théorème des résidus et ses applications en particulier au calcul de certaines intégrales. Au préalable, on définit les séries de Laurent et on classe les points singuliers des fonctions holomorphes.

La théorie des séries de Fourier est abordée dans le chapitre 3 qui intéressera les physiciens. On donne deux tests de convergence qui permettent d'étudier la plupart des fonctions qui interviennent en Mécanique et en Physique. On présente aussi la méthode de sommation de Fejér.

Des compléments et illustrations du cours sont apportés dans les sujets d'étude. Chaque chapitre est suivi de nombreux exercices et, en fin d'ouvrage, on trouve des indications pour la solution de chacun des exercices proposés.

### LE PUBLIC

Étudiants de premier cycle des Universités préparant le D.E.U.G. Sciences des Structures et de la Matière, le D.E.U.G. Mathématiques Appliquées et Sciences Sociales. Élèves des classes préparatoires aux Grandes Écoles. Étudiants préparant les maîtrises de Mathématique ou de Physique.

### LES AUTEURS

BERNARD CALVO et JACQUES DOYEN sont maîtres-assistants. ADINA CALVO et FRANÇOISE BOSCHET sont assistantes. Les quatre auteurs forment le noyau d'une équipe qui enseigne à l'Université Paris VII.

---

## MATHEMATIQUES

série dirigée par ANDRÉ REVUZ