

B. CALVO, J. DOYEN
A. CALVO, F. BOSCHET

COURS d'analyse

IV

**fonctions de plusieurs variables,
systèmes différentiels**

*premier cycle de l'enseignement supérieur
et classes préparatoires scientifiques*

Armand Colin _ collection **U**

12-04-30
Série «Mathématiques» dirigée par André REVUZ

1145/14

Bernard CALVO, Jacques DOYEN

Maîtres-Assistants à l'Université de Paris VII

Adina CALVO, Françoise BOSCHET

Assistantes à l'Université de Paris VII

1145/14

**COURS
d'analyse**

IV

**fonctions de plusieurs variables,
systèmes différentiels**

premier cycle de l'enseignement supérieur et classes préparatoires scientifiques

Faculté des Sciences
BIBLIOTHÈQUE
N° d'inventaire: A1145/14

N° DE CO... 1145/14

N° de Côte 1145/14

Librairie Armand COLIN
103, bd St-Michel, Paris 5^e

TABLE DES MATIÈRES

PRÉFACE

Chapitre 1. Topologie des espaces métriques	5
1.1. Topologie générale	5
1.2. Espaces métriques	23
1.3. Espaces vectoriels normés	34
Exercices	41
Chapitre 2. Fonctions de plusieurs variables	46
2.1. Continuité et limites	46
2.2. Différentiabilité	49
2.3. Dérivées partielles	55
2.4. Théorème de Taylor	67
2.5. Familles de fonctions	77
2.6. Formes différentielles du premier degré	83
Exercices	91
Chapitre 3. Théorème des fonctions implicites	99
3.1. Théorème des fonctions implicites	99
3.2. Étude locale d'une fonction de plusieurs variables	109
Exercices	120
Chapitre 4. Surfaces	123
4.1. Généralités	123
4.2. Surfaces usuelles	130
Exercices	142
Chapitre 5. Systèmes différentiels linéaires	146
5.1. Théorème de Cauchy-Lipschitz	146
5.2. Systèmes différentiels linéaires	149
5.3. Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants	165
5.4. Équations différentielles linéaires d'ordre supérieur à 2	170
Exercices	179
Sujets d'étude	182
1. Compactification d'Alexandroff	182
2. Complétion d'un espace métrique	183
3. Un espace séparé non métrisable	184

4. Fonctions homogènes	186
5. Différentielles d'ordre supérieur	187
6. Réduction des formes quadratiques	189
7. Fonction Γ	190
8. Linéarisation des systèmes différentiels	193
Indications pour la solution des exercices	195
Sur le chapitre 1	195
Sur le chapitre 2	199
Sur le chapitre 3	212
Sur le chapitre 4	215
Sur le chapitre 5	218

cours d'analyse

fonctions de plusieurs variables, systèmes différentiels

L'OUVRAGE Dans ce volume, nous abordons les matières enseignées en seconde année des D.E.U.G. scientifiques et en Mathématiques Spéciales. Le premier chapitre présente les principales notions de topologie puis une étude spécifique des propriétés des espaces métriques et des espaces vectoriels normés.

Le deuxième chapitre contient l'étude des fonctions de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}^p . On y définit la notion de différentielle puis celles de dérivées partielles et directionnelles et on décrit les rapports entre ces notions. On prouve ensuite le théorème de Taylor et on l'applique à la recherche des extremums des fonctions numériques de plusieurs variables. On termine par l'étude des familles de fonctions et des formes différentielles du premier degré.

Le troisième chapitre contient la démonstration du théorème des fonctions implicites et des applications de ce théorème.

Dans le chapitre 4, on décrit quelques surfaces usuelles dont les quadriques. Enfin, le chapitre 5 est consacré à l'étude des systèmes différentiels linéaires. On y donne des méthodes pratiques de résolution de ces systèmes, on explicite ces méthodes pour les systèmes à coefficients constants et on termine par la résolution des équations différentielles linéaires d'ordre élevé.

Des compléments et illustrations du cours sont apportés dans les sujets d'étude. Chaque chapitre est suivi d'exercices et, en fin d'ouvrage, on trouve des indications pour la solution de chacun des exercices proposés.

LE PUBLIC Étudiants de premier cycle des Universités préparant le D.E.U.G. Sciences des Structures et de la Matière, le D.E.U.G. Sciences de la Nature et de la Vie ou le D.E.U.G. Mathématiques Appliquées et Sciences Sociales. Élèves des classes préparatoires aux Grandes Écoles.

LES AUTEURS BERNARD CALVO et JACQUES DOYEN sont maîtres-assistants. ADINA CALVO et FRANÇOISE BOSCHET sont assistantes. Les quatre auteurs forment le noyau d'une équipe qui enseigne à l'Université Paris VII.

MATHEMATIQUES

série dirigée par ANDRÉ REVUZ