

Classes préparatoires au Haut Enseignement Commercial  
Voie Économique — Deuxième Année  
Deuxième Année de DEUG sciences économiques et commerciales

---

# ANALYSE

---



# COURS ET EXERCICES DE MATHÉMATIQUES

Jean MALLET      Michel MITERNIQUE

ellipses

M45415

Université "Mouloud MAMMERI"  
Faculté des Sciences  
Bibliothèque Département T.C.T

Classes préparatoires au Haut Enseignement Commercial  
Voie Économique-Deuxième Année

Deuxième Année de DEUG Sciences économiques et commerciales

# COURS ET EXERCICES DE MATHÉMATIQUES



Tome cinquième : **Analyse**



**Jean MALLET**  
Agrégé de Mathématiques  
Professeur en Classes Préparatoire HEC  
Lycée Montaigne  
Paris

**Michel MITERNIQUE**  
Agrégé de Mathématiques  
Professeur en Classes Préparatoire HEC  
J.B. Corot : Savigny-sur-Orge  
Ipesup : Paris



1/2

N° d'Inventaire: .....

N° de Côte: .....

N° de Côte: .....





# TABLE DES MATIÈRES

## PREMIÈRE PARTIE : COURS

### Chapitre Premier : Développements limités

#### I-Formule de Taylor

I-1	La formule de Taylor . . . . .	10
I-2	Formule de Maclaurin . . . . .	11
I-3	Inégalité de Taylor-Lagrange . . . . .	11

#### II-Développements limités

II-1	Définitions . . . . .	14
II-2	Propriétés . . . . .	16
II-3	Constructions de développements limités . . . . .	18
II-4	Opérations sur les développements limités . . . . .	23
II-5	Utilisation des développements limités . . . . .	25

### Chapitre Deuxième : Généralisation d'intégrales : Intégration des fonctions continues par morceaux Intégrales impropres (ou généralisées)

#### I-Fonctions continues par morceaux

I-1	Fonctions en escaliers . . . . .	29
I-2	Fonctions continues par morceaux . . . . .	30
I-3	Intégration des fonctions continues par morceaux . . . . .	32

#### II-Intégrales impropres

II-1	Définitions . . . . .	33
II-2	Convergence : définitions . . . . .	34
II-3	Intégrales faussement impropres . . . . .	37
II-4	Structure . . . . .	39
II-5	Généralisation : intégrales doublement impropres . . . . .	40

#### III-Comparaison des fonctions positives

III-1	Majoration, minoration . . . . .	42
III-2	Utilisation d'équivalents . . . . .	44
III-3	Utilisation des prédominances classiques . . . . .	47

**IV-Fonctions de référence ; critère de Riemann**

IV-1	Fonctions de référence en zéro . . . . .	48
IV-2	Fonctions de référence en $+\infty$ . . . . .	50
IV-3	Fonctions de référence en $-\infty$ . . . . .	51

**V-Convergence absolue ; comparaison séries-intégrales impropres**

V-1	Convergence absolue . . . . .	52
V-2	Comparaison séries-intégrales impropres . . . . .	53

**Chapitre Troisième : Fonctions réelles de deux variables réelles****I-Distance, ouverts**

I-1	Distance dans $\mathbb{R}^2$ . . . . .	57
I-2	Boules . . . . .	60
I-3	Parties ouvertes . . . . .	63

**II-Limite, continuité**

II-1	Limite réelle en un point $(x_0, y_0)$ . . . . .	65
II-2	Continuité . . . . .	68

**III-Dérivées partielles d'ordre 1**

III-1	Définitions . . . . .	70
III-2	Interprétations, exemples . . . . .	71
III-3	Fonctions dérivées partielles d'ordre 1 . . . . .	73
III-4	Fonctions de classe $\mathcal{C}^1$ . . . . .	74
III-5	Opérations sur les dérivées partielles . . . . .	74
III-6	Développement limité d'une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ . . . . .	77

**IV-Dérivées partielles d'ordre 2**

IV-1	Définitions . . . . .	79
IV-2	Fonctions de classe $\mathcal{C}^2$ . . . . .	81

**V-Extremum**

V-1	Définitions . . . . .	83
V-2	Fonctions admettant des dérivées partielles d'ordre 1 . . . . .	84
V-3	Cas des fonctions de classe $\mathcal{C}^2$ . . . . .	85

**DEUXIÈME PARTIE : ÉNONCÉS DES EXERCICES****Chapitre Premier : Formule de Taylor, Développement limités**

I	Formule de Taylor Numéros I-1 à I-8 . . . . .	88
II	Développements limités Numéros II-1 à II-29 . . . . .	89

## Chapitre Deuxième : Fonctions continues par morceaux ; Intégrales impropres

I	Fonctions continues par morceaux Numéros I-1 à I-10 . . . . .	93
II	Intégrales impropres Numéros II-1 à II-48 . . . . .	95

## Chapitre Troisième : Fonctions de deux variables réelles

I	Continuité, dérivées partielles Numéros I-1 à I-24 . . . . .	103
II	Développements limités, extrema Numéros II-1 à II-18 . . . . .	107

## TROISIÈME PARTIE : CORRIGÉS DES EXERCICES

### Chapitre Premier : Formule de Taylor, Développements limités

I	Formule de Taylor Numéros I-1 à I-8 . . . . .	110
II	Développements limités Numéros II-1 à II-29 . . . . .	115

### Chapitre Deuxième : Fonctions continues par morceaux ; Intégrales impropres

I	Fonctions continues par morceaux Numéros I-1 à I-10 . . . . .	134
II	Intégrales impropres Numéros II-1 à II-48 . . . . .	145

### Chapitre Troisième : Fonctions de deux variables réelles

I	Continuité, dérivées partielles Numéros I-1 à I-24 . . . . .	179
II	Développements limités, extrema Numéros II-1 à II-11 . . . . .	195

Ce volume s'adresse aux étudiants de seconde année des classes préparatoires HEC et à tout étudiant ayant des connaissances sur les notions de développements limités, intégrales impropres et fonctions réelles de deux variables réelles.

De nombreux exercices y sont développés, environ cent vingt, et une solution détaillée y est donnée afin que les utilisateurs de ce livre acquièrent des automatismes leur permettant d'aborder plus sereinement les épreuves de concours et examens.

D'autres exercices, en général marqués d'un astérisque, sont plus difficiles et donc moins classiques. Ils servent à tester la compréhension des lecteurs, à les amener à dépasser les questions que l'on rencontre très souvent au début de la plupart des sujets proposés aux concours des écoles de commerce et aux examens de fin d'année de faculté.



ISBN 2-7298-0525-7