

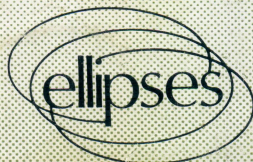
CLASSES PRÉPARATOIRES AUX GRANDES ÉCOLES COMMERCIALES

premiers cycles de l'enseignement supérieur

COURS d'analyse

Jean GUÉCAND Jean-LOUIS ROQUE

Christian LEBOLU



MATHEMATIQUES

M431/T1

CLASSES PREPARATOIRES AUX
GRANDES ECOLES COMMERCIALES

(Programmes 1979)

premiers cycles de l'enseignement supérieur

18539 1/8



COURS d'analyse

Jean GUEGAND

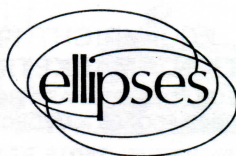
Agrégé de l'Université
Professeur en classe préparatoire H.E.C.
au Lycée La Source (Orléans)

Jean-Louis ROQUE

Ancien Élève de l'École Normale Supérieure
Agrégé de l'Université
Docteur de Troisième Cycle
Professeur en classes préparatoires H.E.C.
*au Lycée Pasteur (Neuilly)
et à l'IPESUP (Paris)*

Christian LEBŒUF

Ancien Élève de l'ENSET
Agrégé de l'Université
Professeur en classe de Mathématiques Supérieures
au Lycée Janson-de-Sailly (Paris)



MARKETING - EDITEUR DES CLASSES PREPARATOIRES

TABLE DES MATIERES

première partie

ANALYSE SÉQUENTIELLE

7

chapitre 1 : **TOPOLOGIE**

8

1. Rappels

8

2. Intervalles de \mathbb{R}

11

3. Voisinages

11

chapitre 2 : **SUITES**

14

1. Généralités

14

2. Convergence et divergence

15

3. Algèbre des limites

20

4. Limite et ordre

21

5. Le cas des suites monotones

22

6. Suites de Cauchy

26

7. Suites complexes

27

chapitre 3 : **SÉRIES**

30

1. Notions générales

30

2. Séries à termes positifs

35

3. Les critères de comparaison

39

4. Quelques notions sur les séries à termes quelconques

44

EXERCICES

50

deuxième partie

PROPRIÉTÉS DES FONCTIONS NUMÉRIQUES

57

chapitre 4 : **GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS NUMÉRIQUES**

58

1. Généralités

58

2. Ensemble de définition

60

3. Périodicité

62

4. Parité

65

5. Autres symétries

67

chapitre 5 : **LIMITES**

69

1. Généralités

69

2. L'algèbre des limites - formes indéterminées

71

3. Limite et ordre

74

chapitre 6 : **CONTINUITÉ**

75

1. Continuité en un point

75

2. Le prolongement par continuité

79

3. Continuité et algèbre

80

4. Continuité sur un intervalle

82

5. Propriétés des fonctions continues sur un intervalle

83

chapitre 7 : **FONCTIONS MONOTONES**

INVERSION DES FONCTIONS USUELLES

87

1. Fonctions monotones

87

2. Fonctions inversibles

89

3. Rapports entre monotonie et inversibilité	90
4. Fonction puissance $x \mapsto x^r$, $r \in \mathbb{Q}$	95
5. Inversion des fonctions trigonométriques	97
EXERCICES	103

troisième partie

CALCUL DIFFÉRENTIEL

chapitre 8 : DÉRIVATION	108
1. Dérivation en un point	108
2. Différentiabilité en un point	111
3. Propriétés de la dérivation	112
4. Dérivation sur un intervalle	115
5. Dérivations successives	118
chapitre 9 : PROPRIÉTÉS GLOBALES	122
1. Les théorèmes de Rolle	122
2. Les théorèmes des accroissements finis	125
3. Propriétés d'ordre supérieur	130
chapitre 10 : ÉTUDE DES VARIATIONS	138
1. Sens de variation	138
2. Des hauts et des bas	140
3. De la concavité et de la convexité	142
4. De l'inflexion	147
chapitre 11 : $U_{n+1} = f(u_n)$	150
1. Généralités	150
2. Le cas où f est croissante	152
3. Le cas où f est décroissante	154
4. Application	155
5. Récurrences homographiques	157
chapitre 12 : PROPRIÉTÉS LOCALES	159
1. Prépondérance et négligeabilité	159
2. Équivalence des fonctions	161
3. Développements limités	165
4. Le théorème de Taylor-Young	168
5. Opérations sur les développements limités	170
6. Les raisons d'être des d.l.	177
7. Traitement des formes indéterminées	180
EXERCICES	183

quatrième partie

CALCUL INTÉGRAL

chapitre 13 : INTÉGRALE DE RIEMANN	190
1. Fonctions en escalier	190
2. Intégrale des fonctions en escalier	192
3. Fonctions intégrables au sens de Riemann	195

4. Sommes de Riemann	199
5. Relation de Chasles	202
6. Intégrale et algèbre	203
7. Intégrale et ordre	204
8. Application au calcul d'aires	207
chapitre 14 : INTÉGRATION DES FONCTIONS CONTINUES	209
1. Primitives	209
2. Intégrale fonction de sa borne supérieure	211
3. Intégration par parties	216
4. Changement de variable	219
5. Intégration et étude locale	222
6. Calcul numérique d'intégrales	225
chapitre 15 : FONCTIONS CLASSIQUES	229
1. Fonction logarithme népérien	229
2. <i>Autres logarithmes</i>	232
3. Fonction exponentielle de base e	233
4. Fonction exponentielle de base a	234
5. Fonction puissance	235
6. Croissances comparées	236
7. Fonctions hyperboliques	237
8. Quelques exemples résolus	241
chapitre 16 : A LA RECHERCHE DES PRIMITIVES (I)	247
1. Primitives des fonctions rationnelles	247
2. Primitives des fonctions polynomiales en $\sin x$ et $\cos x$	253
3. Primitives des fonctions rationnelles en $\sin x$ et $\cos x$	256
chapitre 17 : CALCUL DES PRIMITIVES (II)	261
1. Quelques classiques	261
2. Quelques techniques récurrentes	263
3. Primitives de fonctions contenant la racine carrée d'un binôme	256
4. Primitives de fonctions contenant la racine carrée d'un trinôme	267
5. Quelques problèmes insolubles	270
chapitre 18 : INTÉGRALES GÉNÉRALISÉES	271
1. Généralités	271
2. <i>Les critères de convergence</i>	273
3. <i>Les techniques du calcul intégral</i>	278
EXERCICES	282
MISCELLANEOUS	301
Quelques irrationalités célèbres	301
John Wallis-James Stirling	305
Autour de la constante d'Euler	308
Quelques intégrales célèbres	311
Une suite de polynômes orthogonaux: Les polynômes de Charles Hermite (1822-1901)	317
INDEX	319

4. Sommes de Riemann	199
5. Relation de Chasles	202
6. Intégrale et algèbre	203
7. Intégrale et ordre	204
8. Application au calcul d'aires	207
chapitre 14 : INTÉGRATION DES FONCTIONS CONTINUES	209
1. Primitives	209
2. Intégrale fonction de sa borne supérieure	211
3. Intégration par parties	216
4. Changement de variable	219
5. Intégration et étude locale	222
6. Calcul numérique d'intégrales	225
chapitre 15 : FONCTIONS CLASSIQUES	229
1. Fonction logarithme népérien	229
2. Autres logarithmes	232
3. Fonction exponentielle de base e	233
4. Fonction exponentielle de base a	234
5. Fonction puissance	235
6. Croissances comparées	236
7. Fonctions hyperboliques	237
8. Quelques exemples résolus	241
chapitre 16 : A LA RECHERCHE DES PRIMITIVES (I)	247
1. Primitives des fonctions rationnelles	247
2. Primitives des fonctions polynomiales en $\sin x$ et $\cos x$	253
3. Primitives des fonctions rationnelles en $\sin x$ et $\cos x$	256
chapitre 17 : CALCUL DES PRIMITIVES (II)	261
1. Quelques classiques	261
2. Quelques techniques récurrentes	263
3. Primitives de fonctions contenant la racine carrée d'un binôme	256
4. Primitives de fonctions contenant la racine carrée d'un trinôme	267
5. Quelques problèmes insolubles	270
chapitre 18 : INTÉGRALES GÉNÉRALISÉES	271
1. Généralités	271
2. Les critères de convergence	273
3. Les techniques du calcul intégral	278
EXERCICES	282
MISCELLANEOUS	301
Quelques irrationalités célèbres	301
John Wallis-James Stirling	305
Autour de la constante d'Euler	308
Quelques intégrales célèbres	311
Une suite de polynômes orthogonaux: Les polynômes de Charles Hermite (1822-1901)	317
INDEX	319

CLASSES PREPARATOIRES AUX
GRANDES ECOLES COMMERCIALES

SCIENCES ECONOMIQUES

premiers cycles de l'enseignement supérieur

1. cours d'algèbre
2. cours d'analyse
3. cours de probabilités
et de statistiques

collection

Les épreuves corrigées des grandes écoles

