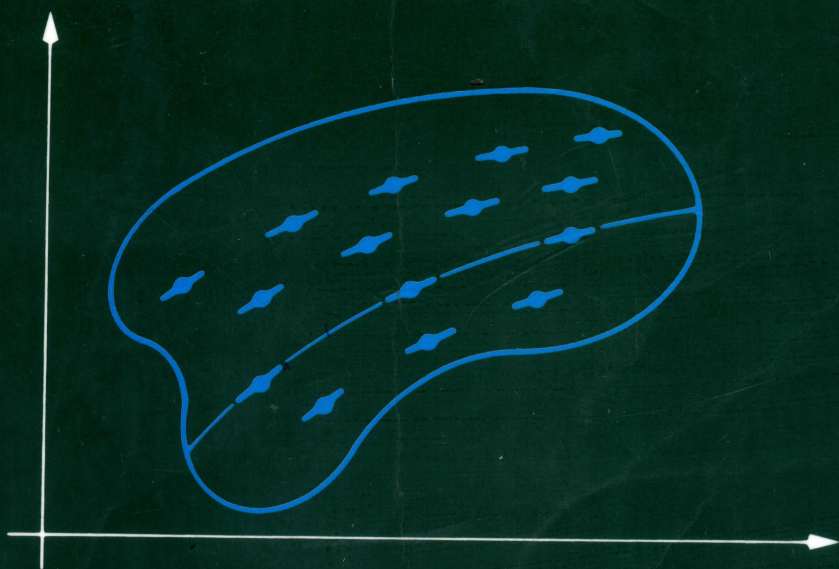


Cours d'Analyse

3 Equations différentielles ordinaires et aux dérivées partielles

Srishti D. Chatterji

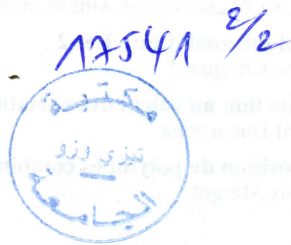


M420/T3

Cours d'Analyse

3 Equations différentielles ordinaires et aux dérivées partielles

Srishti D. Chatterji



Presses polytechniques et universitaires romandes

Table des matières

CONVENTIONS, NOTATIONS ET RAPPELS	1
1 Ensembles et fonctions.....	1
2 Nombres réels	3
3 Cardinalité	5
4 Quelques fonctions réelles.....	6
5 Notations topologiques.....	6
6 Espaces C^k	7
7 Intégration	8
8 Algèbre linéaire.....	9
9 Conventions diverses.....	10

PARTIE I ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ORDINAIRES

CHAPITRE 1 EXISTENCE ET UNICITÉ DES SOLUTIONS

1.1 Généralités sur les équations différentielles ordinaires .	13
1.1.1 Terminologie	13
1.1.2 Motivation intuitive	15
1.1.3 Quelques exemples simples.....	16
1.1.4 Conclusion tirées des exemples précédents.....	21
1.2 Théorèmes généraux	21
1.2.1 Préliminaires	21
1.2.2 Fonction lipschitzienne.....	24
1.2.3 Fonction lipschitzienne en x	26
1.2.4 Proposition (<i>théorème local</i>).....	28
1.2.5 Proposition (<i>théorème local</i>).....	31
1.2.6 Proposition (<i>théorème local</i>).....	32
1.2.7 Proposition (<i>théorème global</i>).....	32
1.2.8 Inégalité de Gronwall.....	34
1.3 Equations linéaires.....	36
1.3.1 Introduction.....	36
1.3.2 Proposition.....	36
1.3.3 Equation linéaire scalaire d'ordre supérieur....	37
1.3.4 Proposition.....	38

1.3.5	Un procédé général	38
1.3.6	Un procédé inverse	40
1.4	Prolongement des solutions	41
1.4.1	Préliminaires	41
1.4.2	Proposition	41
1.4.3	Remarques	43
1.4.4	Interprétation géométrique	44
1.5	Exemples	44
1.6	Compléments	50
1.6.1	Théorème de Peano	50
1.6.2	Dépendance continue par rapport aux conditions initiales et aux paramètres	51
1.6.3	Systèmes autonomes	54
1.7	Remarques	57
1.7.1	Remarques méthodologiques	57
1.7.2	Remarques bibliographiques	58
1.7.3	Remarques historiques	58
1.8	Exercices	60
CHAPITRE 2 ÉQUATIONS LINÉAIRES		
2.1	Systèmes linéaires généraux du premier ordre	65
2.1.1	Introduction	65
2.1.2	Proposition	65
2.1.3	Remarques	66
2.1.4	Matrice résolvante	67
2.1.5	Dérivation des fonctions matricielles	68
2.1.6	Proposition	69
2.1.7	Solution de l'équation non homogène	71
2.2	Systèmes linéaires du premier ordre à coefficients constants	72
2.2.1	Préliminaires	72
2.2.2	Proposition	73
2.2.3	Propriétés de $\exp(tA)$	74
2.2.4	Discussion directe de $\exp(tA)$	75
2.3	Calcul de $\exp(tA)$	77
2.3.1	Introduction	77
2.3.2	Une méthode générale pour le calcul de $\exp(tA)$	78

2.3.3	Remarque	80
2.3.4	Cas où A est de type $(2, 2)$	81
2.4	Equations linéaires d'ordre supérieur	83
2.4.1	Introduction	83
2.4.2	Proposition	84
2.4.3	Corollaire	85
2.4.4	Remarques	86
2.4.5	Wronskiens	87
2.4.6	Equations à coefficients constants	89
2.5	Equations linéaires du second ordre	92
2.5.1	Introduction	92
2.5.2	Solution de l'équation inhomogène	93
2.5.3	Détermination d'un système fondamental	95
2.6	Solutions à l'aide des séries entières	98
2.6.1	Introduction	98
2.6.2	Proposition (<i>solutions en séries entières d'une équation linéaire homogène du second ordre à coefficients analytiques</i>)	99
2.6.3	Exemple (<i>équation d'Airy</i>)	100
2.6.4	Equations à singularité isolée	101
2.6.5	Proposition (<i>solutions d'une équation linéaire du second ordre ayant une singularité faible</i>)	103
2.6.6	Remarques sur les équations holomorphes	105
2.6.7	Equation de Bessel	107
2.6.8	Remarques sur les fonctions de Bessel	113
2.6.9	Démonstration de la proposition 2.6.5	115
2.7	Etude qualitative des équations différentielles linéaires du second ordre	120
2.7.1	Introduction	120
2.7.2	Transformation des équations	120
2.7.3	Zéros des solutions	122
2.7.4	Méthode de Prüfer	125
2.7.5	Proposition (<i>théorème d'oscillation</i>)	127
2.7.6	Amplitudes des oscillations	128
2.7.7	Zéros des fonctions de Bessel	129
2.7.8	Proposition	131
2.7.9	Comportement asymptotique des fonctions de Bessel	132

2.8	Exercices	133
2.9	Quelques compléments	151
2.9.1	Remarques générales	151
2.9.2	Stabilité	153
2.9.3	Equations et solutions périodiques	154
2.9.4	Intégrales premières	156
2.9.5	Théorie de perturbation	158
2.9.6	Remarques historiques	159
2.9.7	Remarques bibliographiques	161

PARTIE II ANALYSE HILBERTIENNE

CHAPITRE 3 ESPACES DE HILBERT

3.1	Notions fondamentales	163
3.1.1	Préliminaires	163
3.1.2	Proposition	165
3.1.3	Forme hermitienne strictement positive	166
3.1.4	Espaces préhilbertiens	167
3.1.5	Topologie des espaces préhilbertiens	168
3.1.6	Proposition	170
3.1.7	Complétion des espaces préhilbertiens	171
3.2	Exemples	172
3.2.1	Espace \mathbb{C}^N	172
3.2.2	Espace ℓ^2	172
3.2.3	Espace $C([a, b])$	174
3.2.4	Espace L^2	175
3.2.5	Espaces de Sobolev	179
3.2.6	Exercices	180
3.3	Espaces séparables	184
3.3.1	Définitions	184
3.3.2	Proposition	184
3.3.3	Exemples d'espaces séparables	186
3.3.4	Exercices	189
3.4	Systèmes orthogonaux	190
3.4.1	Définition	190
3.4.2	Proposition	190
3.4.3	Proposition (<i>projection orthogonale</i>)	191
3.4.4	Définition d'une projection	192

3.4.5	Corollaire (<i>inégalité de Bessel</i>).....	193
3.4.6	Remarques.....	194
3.4.7	Orthonormalisation de Gram-Schmidt.....	194
3.4.8	Exercices.....	195
3.5	Séries et sommes dans un espace préhilbertien.....	197
3.5.1	Préliminaires.....	197
3.5.2	Proposition (<i>sommabilité et convergence commutative</i>).....	198
3.5.3	Remarques.....	201
3.5.4	Proposition (<i>convergence absolue</i>).....	202
3.5.5	Proposition (<i>propriétés des séries et des sommes</i>).....	204
3.5.6	Remarques.....	205
3.5.7	Proposition (<i>somme d'une famille orthogonale</i>).....	205
3.5.8	Remarques.....	207
3.5.9	Exercices.....	207
3.6	Bases orthonormales.....	209
3.6.1	Proposition (<i>caractérisation des bases orthonormales</i>).....	209
3.6.2	Remarques.....	211
3.6.3	Proposition (<i>existence d'une base orthonormale</i>).....	211
3.6.4	Isomorphisme.....	212
3.6.5	Proposition (<i>caractérisation de \mathbb{C}^N et ℓ^2</i>).....	212
3.6.6	Remarques.....	213
3.6.7	Système orthonormal complet.....	214
3.6.8	Terminologie.....	215
3.6.9	Exercices.....	216
3.7	Approximation optimale.....	218
3.7.1	Préliminaires.....	218
3.7.2	Proposition (<i>projection sur un ensemble convexe</i>).....	219
3.7.3	Caractérisation d'une approximation optimale.....	220
3.7.4	Contractivité des projections.....	222
3.7.5	Projection sur un sous-espace vectoriel.....	223
3.7.6	Proposition (<i>projection orthogonale sur un sous-espace vectoriel</i>).....	224

3.7.7	Proposition (<i>caractérisation des projections orthogonales</i>).....	225
3.7.8	Proposition (<i>projection orthogonale dans un espace hilbertien</i>).....	226
3.7.9	Remarques.....	227
3.7.10	Proposition (<i>caractérisation des sous-espaces vectoriels fermés dans un espace hilbertien</i>) ..	227
3.7.11	Corollaire (<i>critère pour qu'un ensemble soit total</i>).....	228
3.7.12	Proposition (<i>théorème de Fréchet–Riesz sur la représentation des fonctionnelles linéaires continues</i>).....	228
3.7.13	Un contre-exemple.....	229
3.7.14	Exercices.....	230
3.8	Compléments.....	232
3.8.1	Espaces vectoriels topologiques.....	232
3.8.2	Remarques historiques.....	232
3.8.3	Suggestions bibliographiques.....	236

CHAPITRE 4 DÉVELOPPEMENTS ORTHOGONAUX

4.1	Séries de Fourier.....	239
4.1.1	Introduction.....	239
4.1.2	Formules préliminaires.....	241
4.1.3	Sommes partielles d'une série de Fourier.....	245
4.1.4	Quelques conventions.....	247
4.1.5	Proposition (<i>théorème de Fejér</i>).....	248
4.1.6	Compléments concernant le théorème de Fejér.....	249
4.1.7	Remarques concernant les moyennes de Cesàro.....	251
4.1.8	Complétude des fonctions trigonométriques ..	252
4.1.9	Formules pour les séries de Fourier dans $[a, a + 2\pi]$	255
4.1.10	Séries de Fourier dans $[a, a + p]$	258
4.1.11	Séries de Fourier en sinus et en cosinus dans $[0, \ell]$	260
4.2	Convergence ponctuelle des séries de Fourier.....	264
4.2.1	Préliminaires.....	264
4.2.2	Une condition nécessaire et suffisante.....	265
4.2.3	Lemme de Riemann–Lebesgue.....	266

4.2.4	Déductions du lemme de Riemann-Lebesgue .	267
4.2.5	Critères de convergence ponctuelle	269
4.2.6	Remarques et compléments sur la convergence ponctuelle des séries de Fourier	271
4.2.7	Convergence uniforme	274
4.2.8	Quelques conseils pratiques	279
4.2.9	Comment reconnaître une série de Fourier . . .	282
4.3	Exercices	284
4.4	Compléments et généralisations	293
4.4.1	Phénomène de Gibbs	293
4.4.2	Remarques	300
4.4.3	Séries de Fourier multiples	300
4.4.4	Généralisation	303
4.5	Séries de Fourier des distributions	304
4.5.1	Préliminaires	304
4.5.2	Exemples de distributions	304
4.5.3	Condition de continuité	307
4.5.4	Opérations sur les distributions	309
4.5.5	Série de Fourier d'une distribution périodique	313
4.5.6	Proposition (<i>théorème fondamental pour la série de Fourier des distributions 2π-périodiques</i>)	316
4.5.7	Complément et remarques historiques	319
4.6	Exercices	321
4.7	Polynômes orthogonaux	325
4.7.1	Préliminaires	325
4.7.2	Proposition (<i>complétude des polynômes orthogonaux dans un intervalle borné</i>)	327
4.7.3	Complétude des polynômes orthogonaux au cas d'intervalle non borné	328
4.7.4	Proposition (<i>condition suffisante pour la complétude des polynômes orthogonaux dans un intervalle non borné</i>)	328
4.7.5	Exemples : polynômes orthogonaux classiques	330
4.7.6	Propriétés générales des polynômes orthogonaux	333
4.7.7	Polynômes de Jacobi	336
4.7.8	Polynômes de Legendre	342
4.7.9	Polynômes de Laguerre	343

4.7.10	Polynômes d'Hermite.....	345
4.7.11	Bases orthogonales dans $L^2(X)$	348
4.8	Exercices.....	350
4.9	Compléments et remarques.....	353
4.9.1	Convergence ponctuelle des développements orthogonaux.....	353
4.9.2	Problème des moments.....	356
4.9.3	Remarques bibliographiques sur les polynômes orthogonaux.....	358
4.9.4	Ondelettes.....	359
4.9.5	Conclusion.....	359

CHAPITRE 5 OPÉRATEURS DANS LES ESPACES HILBERTIENS

5.1	Notions fondamentales.....	361
5.1.1	Définitions générales.....	361
5.1.2	Opérateur adjoint.....	363
5.1.3	Spectre d'un opérateur.....	366
5.2	Exemples.....	367
5.2.2	Cas $E = \ell^2$	369
5.2.3	Cas $E = C([a, b])$	371
5.2.4	Cas $E = L^2$	372
5.2.5	Projections orthogonales.....	374
5.3	Opérateurs compacts.....	375
5.3.1	Définition.....	375
5.3.2	Exemples d'opérateurs compacts.....	375
5.3.3	Proposition (<i>théorème d'Arzelà-Ascoli</i>).....	380
5.4	Théorie spectrale pour les opérateurs compacts symétriques.....	381
5.4.1	Introduction.....	381
5.4.2	Proposition (<i>théorème spectral pour les opérateurs compacts autoadjoints</i>).....	382
5.4.3	Lemme.....	383
5.4.4	Lemme.....	385
5.4.5	Remarques.....	390
5.4.6	Solution des équations.....	395
5.5	Equations intégrales.....	398
5.5.1	Préliminaires.....	398
5.5.2	Opérateurs de rang finis.....	399

5.5.3	Opérateurs intégraux symétriques.....	403
5.5.4	Remarques et compléments.....	406
5.6	Spectre d'un opérateur borné.....	414
5.6.1	Proposition (<i>série de Neumann</i>).....	414
5.6.2	Proposition.....	415
5.6.3	Proposition.....	416
5.6.4	Remarque.....	416
5.6.5	Proposition.....	417
5.6.6	Proposition.....	418
5.7	Exercices.....	419
5.8	Opérateurs non bornés.....	424
5.8.1	Introduction.....	424
5.8.2	Définitions fondamentales.....	426
5.8.3	Proposition.....	427
5.8.4	Opérateurs autoadjoints non bornés.....	428
5.8.5	Prolongements symétriques des opérateurs symétriques.....	430
5.8.6	Proposition.....	432
5.8.7	Corollaire.....	435
5.8.8	Exemples.....	436
5.9	Spectre des opérateurs non bornés.....	443
5.9.1	Préliminaires.....	443
5.9.2	Proposition.....	444
5.9.3	Remarques.....	445
5.9.4	Proposition.....	446
5.9.5	Spectre des opérateurs symétriques.....	448
5.9.6	Théorème spectral.....	451
5.10	Langage de la mécanique quantique.....	454
5.10.1	Préliminaires.....	454
5.10.2	Observables discrètes.....	455
5.10.3	Observables générales.....	459
5.10.4	Relations d'incertitude.....	460
5.10.5	Equation de Schrödinger.....	463
5.10.6	Commentaires.....	464
5.11	Remarques.....	465
5.11.1	Remarques historiques.....	465
5.11.2	Suggestions bibliographiques.....	466

CHAPITRE 6 TRANSFORMATIONS DE FOURIER ET DE LAPLACE

6.1	Transformation de Fourier	467
6.1.1	Définition	467
6.1.2	Conventions	468
6.1.3	Propriétés principales de la transformation de Fourier	469
6.1.4	Remarques sur les propriétés énumérées ci-avant	471
6.1.5	Exemples	472
6.2	Développements théoriques	475
6.2.1	Préliminaires	475
6.2.2	Continuité et bornitude de \hat{f}	475
6.2.3	Lemme de Riemann–Lebesgue	476
6.2.4	Dérivabilité de \hat{f}	477
6.2.5	Transformée des dérivées	478
6.2.6	Convolutions	479
6.2.7	Lemme	480
6.2.8	Formule d'inversion de Fourier	480
6.3	Formule de Stirling	484
6.3.1	Introduction	484
6.3.2	Démonstration de l'équation (6.34)	485
6.3.3	Remarques	487
6.4	Distributions	489
6.4.1	Préliminaires	489
6.4.2	Définition des distributions dans \mathbb{R}^N	489
6.4.3	Exemples des distributions	490
6.4.4	Conditions de continuité	491
6.4.5	Opérations sur les distributions	492
6.4.6	Remarques	494
6.4.8	Proposition (<i>propriété des transformées des fonctions de $\mathcal{S}(\mathbb{R}^N)$</i>)	495
6.4.9	Distributions tempérées	497

6.4.13	Remarques	504
6.4.14	Exemples	506
6.5	Quelques compléments élémentaires	508
6.5.1	Préliminaires	508
6.5.2	Formules intégrales de Fourier	509
6.5.3	Proposition	513
6.5.4	Lemme (<i>de Riemann–Lebesgue</i>)	513
6.5.5	Lemme	513
6.5.6	Corollaire	515
6.5.7	Remarques	516
6.5.8	Un raisonnement heuristique	516
6.6	Exercices	518
6.7	Compléments concernant la transformation de Fourier	527
6.7.1	Analyse harmonique	527
6.7.2	Remarques historiques et bibliographiques ...	528
6.8	Transformation de Laplace	529
6.8.1	Définition	529
6.8.2	Conventions et préliminaires	529
6.8.3	Propriétés principales de la tranformation de Laplace	531
6.8.4	Remarques	532
6.8.5	Exemples	534
6.9	Développements théoriques	539
6.9.1	Holomorphie des transformées	539
6.9.2	Unicité, formule d'inversion	540
6.9.3	Convolution	543
6.9.4	Formules de dérivation et d'intégration	544
6.9.5	Théorèmes abélien et taubérien	546
6.10	Transformée de Laplace des distributions	549
6.10.1	Préliminaires	549
6.10.2	Deux autres procédés	550
6.10.3	Résumé des propriétés	552
6.11	Applications aux équations différentielles	553
6.11.1	Equations différentielles linéaires ordinaires à coefficients constants	553
6.11.2	Solution généralisée	555

6.11.3	Fonctions rationnelles comme transformées de Laplace	557
6.11.4	Quelques exemples	559
6.11.5	Remarques	562
6.12	Exercices	565
6.13	Remarques complémentaires concernant la transformation de Laplace	569
6.13.1	Calcul opérationnel et théorie des systèmes ..	569
6.13.2	Remarques historiques	570
6.13.3	Remarques bibliographiques	571

PARTIE III ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES

CHAPITRE 7 ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES : INTRODUCTION

7.1	Généralités	573
7.1.1	Préliminaires	573
7.1.2	Quelques exemples	575
7.1.3	Equation des ondes dans \mathbb{R}	577
7.1.4	Equation de la chaleur dans \mathbb{R}	580
7.2	Equations aux dérivées partielles linéaires du premier ordre	585
7.2.1	Préliminaires	585
7.2.2	Méthode des courbes caractéristiques	586
7.2.3	Exemples	588
7.3	Equations aux dérivées partielles linéaires du second ordre	590
7.3.1	Préliminaire	590
7.3.2	Problèmes elliptiques concernant Δ	591
7.3.3	Problèmes paraboliques concernant Δ	593
7.3.4	Problèmes hyperboliques concernant Δ	594
7.3.5	Généralisations	595
7.3.6	Remarques physiques intuitives	596
7.4	Solutions formelles	597
7.4.1	Préliminaires	597
7.4.2	Solution de $Lu = f$	599
7.4.3	Equation parabolique	601
7.4.4	Equation hyperbolique	604
7.4.5	Equation de Schrödinger	606

7.5	Conditions aux limites non homogènes	608
7.5.1	Préliminaires	608
7.5.2	Cas des autres équations	608
7.5.3	Exemple	609
7.5.4	Une méthode alternative	611
7.6	Exemples d'opérateurs	613
7.6.1	Introduction	613
7.6.2	Opérateurs réguliers de Sturm–Liouville	613
7.6.3	Problème général de Sturm–Liouville	621
7.6.4	Opérateur d'oscillateur harmonique linéaire ..	622
7.6.5	Énumération de quelques autres exemples	624
7.7	Appendice	625
7.7.1	Préliminaires	625
7.7.2	Régularité de $\text{Fr } \Omega$	626
7.7.3	Sur la définition de $C^k(\overline{\Omega})$	627
7.8	Exercices	628
7.9	Compléments	635
7.9.1	Remarques historiques	635
7.9.2	Calcul des variations	637
7.9.3	Brachistochrone	640
7.9.4	Remarques bibliographiques	643

CHAPITRE 8 PROBLÈMES ASSOCIÉS AU LAPLACIEN

8.1	Formules préliminaires	645
8.1.1	Formules de Green	645
8.1.2	Volumes des boules et des sphères	647
8.1.3	Moyennes sphériques et spatiales	648
8.2	Fonctions harmoniques	649
8.2.1	Définitions préliminaires	649
8.2.2	Lemme	650
8.2.3	Proposition (<i>principe du maximum et du minimum</i>)	652
8.2.4	Proposition (<i>unicité des solutions</i>)	653
8.2.5	Solutions fondamentales de l'équation de Laplace	654
8.2.6	Formule fondamentale	655
8.2.7	Fonction de Green pour une boule	658
8.2.8	Proposition (<i>solution du problème de Dirichlet dans une boule</i>)	660

8.3	Fonctions sous-harmoniques	663
8.3.1	Préliminaires	663
8.3.2	Proposition (<i>caractérisation des fonctions sous-harmoniques</i>)	664
8.3.3	Propriétés des fonctions sous-harmoniques ...	666
8.3.4	Proposition (<i>solution de l'équation de Poisson</i>)	668
8.4	Propriétés des fonctions harmoniques	669
8.4.1	Préliminaires	669
8.4.2	Proposition (<i>caractérisation des fonctions harmoniques</i>)	669
8.4.3	Proposition (<i>inégalités de Harnack</i>)	670
8.4.4	Corollaire	673
8.4.5	Proposition (<i>principe de Harnack</i>)	673
8.4.6	Proposition (<i>solution fondamentale</i>)	674
8.4.7	Proposition (<i>singularités artificielles</i>)	675
8.4.8	Analyticité des fonctions harmoniques	676
8.5	Problème de Dirichlet	676
8.5.1	Préliminaires	676
8.5.2	Méthode de Perron	678
8.5.3	Proposition (<i>harmonicité de la fonction de Perron</i>)	679
8.5.4	Résolutivité	680
8.5.5	Points réguliers de la frontière	680
8.5.6	Proposition (<i>existence d'une solution du problème de Dirichlet</i>)	681
8.5.7	Conditions géométriques pour la régularité ...	683
8.5.8	Domaines non bornés	684
8.6	Valeurs propres	687
8.6.1	Préliminaires	687
8.6.2	Proposition (<i>positivité des valeurs propres</i>) ...	688
8.6.3	Remarques méthodologiques	689
8.6.4	Valeurs propres pour un pavé borné	690
8.6.5	Valeurs propres pour un disque	691
8.6.6	Fonctions harmoniques sphériques	695
8.6.7	Proposition	696
8.6.8	Remarques complémentaires sur les fonctions harmoniques sphériques	698

8.6.9	Valeurs propres pour une boule	700
8.6.10	Séparation des variables	704
8.6.11	Valeurs propres d'un opérateur de Schrödinger	706
8.7	Equations de la chaleur	710
8.7.1	Introduction	710
8.7.2	Solution dans \mathbb{R}^N	711
8.7.3	Proposition	712
8.7.4	Unicité des solutions	716
8.7.5	Proposition (<i>principe du maximum et du minimum</i>)	717
8.7.6	Proposition (<i>théorème d'unicité</i>)	718
8.7.7	Solution dans des domaines autres que \mathbb{R}^N ...	719
8.8	Equation des ondes	719
8.8.1	Introduction	719
8.8.2	Solutions dans \mathbb{R}^N	719
8.8.3	Solutions dans \mathbb{R}^2	723
8.8.4	Unicité des solutions	724
8.9	Exercices	725
8.10	Indications bibliographiques	737
RÉPONSES AUX EXERCICES		739
BIBLIOGRAPHIE		743
INDEX		745

Cours d'Analyse

3 Equations différentielles ordinaires et aux dérivées partielles

Srishti D. Chatterji

L'objectif principal du troisième volume de ce Cours d'Analyse est de donner une introduction à la théorie des équations différentielles ordinaires et aux dérivées partielles et d'introduire certains outils de base pour les méthodes mathématiques de la physique, comme les espaces hilbertiens, les séries et l'intégrale de Fourier-Laplace et les distributions.

La première partie présente la théorie fondamentale des équations différentielles ordinaires en utilisant les méthodes analytiques classiques. Le premier chapitre concerne les théorèmes d'existence et d'unicité généraux; le second traite les équations linéaires. La deuxième partie développe les outils de bases pour l'étude des équations aux dérivées partielles: les espaces hilbertiens, les développements orthogonaux, les opérateurs dans les espaces hilbertiens, les transformées de Fourier et de Laplace. Elle contient aussi une introduction à la théorie des distributions. La troisième et dernière partie concerne les équations aux dérivées partielles; le premier chapitre de celle-ci étudie, entre autres, la problématique générale autour des équations linéaires du second ordre, en donnant les solutions formelles pour les équations de Laplace-Poisson, de Schrödinger, de la chaleur et des ondes. Le dernier chapitre présente quelques démonstrations précises concernant le laplacien et ses valeurs propres. Outil de travail conçu pour les étudiants en mathématiques et physique dans leurs deuxième et troisième années d'études, la richesse et la complétude de son index en font un manuel de référence pour tout mathématicien.

Après ses études à l'Université de Lucknow et à l'Indian Statistical Institute de Calcutta, **Srishti D. Chatterji** obtient son doctorat en statistiques mathématiques de la Michigan State University, E. Lansing, USA, en 1960.

Il est depuis 1970 professeur ordinaire de mathématiques à l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne après avoir occupé divers postes d'enseignement et de recherche en Europe, en Amérique du Nord et en Australie. Ses recherches concernent différents domaines d'analyse liés à la théorie de l'intégration et des probabilités. Il s'intéresse tout particulièrement à l'histoire des mathématiques des 19^e et 20^e siècles et aux fondements de la physique théorique.

ISBN 2-88074-350-8



9 782880 743505

Presses polytechniques et universitaires romandes