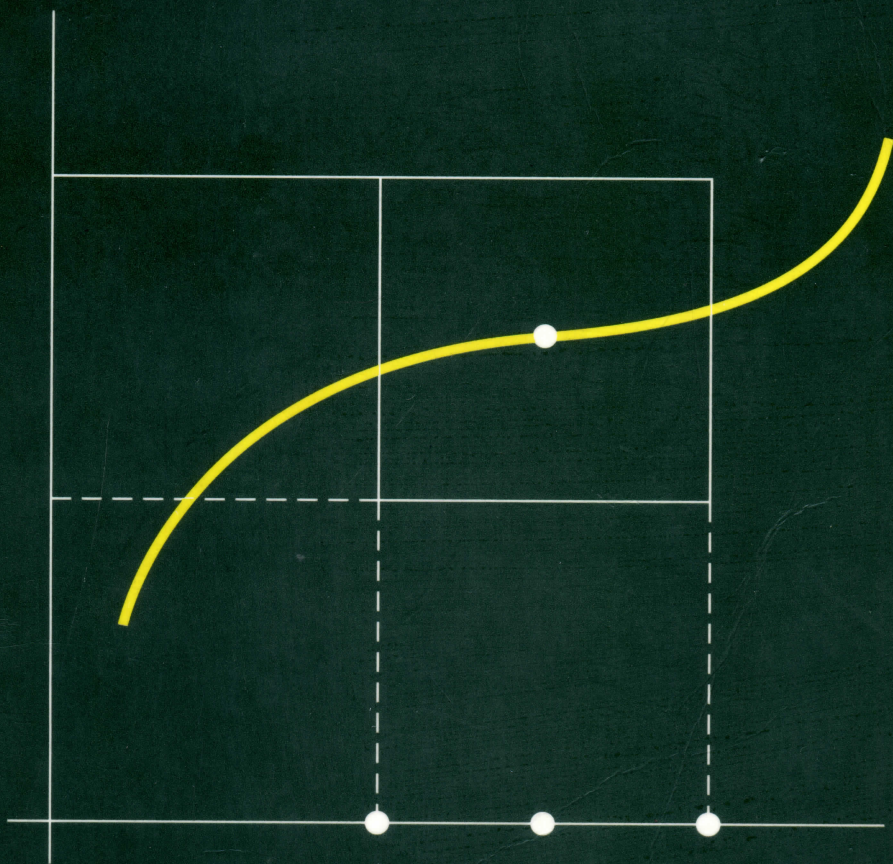


# Cours d'Analyse

## 1 Analyse vectorielle

Srishti D. Chatterji



111 422 / 72 M420/TA

# Cours d'Analyse

## 1 Analyse vectorielle

Srishti D. Chatterji

1A539 1/1



Presses polytechniques et universitaires romandes

# Table des matières

AVANT-PROPOS .....	vii
CONVENTIONS, NOTATIONS ET RAPPELS .....	1
1    Ensembles et fonctions.....	1
2    Nombres réels.....	3
3    L'espace $\mathbb{R}^N$ ( $N = 1, 2, \dots$ ).....	5
4    Permutations.....	10
5    Déterminants.....	11
6    Espace $\mathbb{R}^3$ .....	13
7    Cardinalité.....	14
8    Quelques fonctions réelles.....	14
9    Conventions diverses.....	15
CHAPITRE 1 TOPOLOGIE DE $\mathbb{R}^N$	
1.1 Préliminaires.....	18
1.1.1 Définitions.....	18
1.1.2 Exercices.....	20
1.2 Ensembles ouverts.....	21
1.2.1 Proposition.....	21
1.2.2 Exercices.....	23
1.3 Terminologie topologique.....	24
1.3.1 Quelques relations entre $A, \overset{\circ}{A}, \overline{A}, \text{Fr } A, \text{ext } A$ ..	24
1.3.2 Proposition.....	25
1.3.3 Proposition.....	25
1.3.4 Remarque.....	26
1.3.5 Exercices.....	27
1.4 Limites.....	28
1.4.1 Limites des suites.....	28
1.4.2 Proposition.....	29
1.4.3 Séries.....	30
1.4.4 Proposition.....	30
1.4.5 Remarque.....	31
1.4.6 Limites des fonctions.....	32
1.4.7 Exercices.....	34

# Table des matières

AVANT-PROPOS .....	vii
CONVENTIONS, NOTATIONS ET RAPPELS .....	1
1    Ensembles et fonctions .....	1
2    Nombres réels .....	3
3    L'espace $\mathbb{R}^N$ ( $N = 1, 2, \dots$ ) .....	5
4    Permutations .....	10
5    Déterminants .....	11
6    Espace $\mathbb{R}^3$ .....	13
7    Cardinalité .....	14
8    Quelques fonctions réelles .....	14
9    Conventions diverses .....	15
CHAPITRE 1 TOPOLOGIE DE $\mathbb{R}^N$	
1.1 Préliminaires .....	18
1.1.1 Définitions .....	18
1.1.2 Exercices .....	20
1.2 Ensembles ouverts .....	21
1.2.1 Proposition .....	21
1.2.2 Exercices .....	23
1.3 Terminologie topologique .....	24
1.3.1 Quelques relations entre $A, \overset{\circ}{A}, \bar{A}, \text{Fr } A, \text{ext } A$ ..	24
1.3.2 Proposition .....	25
1.3.3 Proposition .....	25
1.3.4 Remarque .....	26
1.3.5 Exercices .....	27
1.4 Limites .....	28
1.4.1 Limites des suites .....	28
1.4.2 Proposition .....	29
1.4.3 Séries .....	30
1.4.4 Proposition .....	30
1.4.5 Remarque .....	31
1.4.6 Limites des fonctions .....	32
1.4.7 Exercices .....	34

1.5	Topologie induite .....	35
1.5.1	Définitions .....	35
1.5.2	Remarques .....	37
1.5.3	Exercices .....	37
1.6	Fonctions continues .....	38
1.6.1	Définitions .....	38
1.6.2	Proposition .....	39
1.6.3	Remarques .....	41
1.6.4	Exercices .....	42
1.7	Compacité .....	44
1.7.1	Proposition .....	44
1.7.2	Remarques .....	48
1.7.3	Proposition .....	50
1.7.4	Exercices .....	52
1.8	Connexité .....	53
1.8.1	Définitions .....	53
1.8.2	Proposition .....	54
1.8.3	Remarques sur la connexité .....	57
1.8.4	Exercices .....	59
1.9	Remarques supplémentaires sur les fonctions continues .....	60
1.9.1	La fonction $x \mapsto d(x, A)$ .....	60
1.9.2	Limites des fonctions continues .....	63
1.9.3	Prolongement des fonctions continues .....	65
1.9.4	Fonctions convexes .....	67
1.9.5	Un théorème du point fixe .....	70
1.9.6	Exercices .....	71
1.10	Exercices .....	72
1.11	Commentaires .....	74
 <b>CHAPITRE 2 DÉRIVABILITÉ</b>		
2.1	La dérivée .....	77
2.1.1	Généralités .....	77
2.1.2	Proposition .....	79
2.1.3	Remarques .....	81
2.1.4	Proposition .....	83
2.1.5	Remarques .....	84
2.1.6	Exercices .....	85

2.2	Dérivation des fonctions composées.....	88
2.2.1	Proposition ( <i>formule de dérivation des fonctions composées</i> ).....	88
2.2.2	Remarques.....	89
2.2.3	Manipulation des différentielles.....	90
2.2.4	Exercices.....	91
2.3	Formule des accroissements finis.....	93
2.3.1	Proposition.....	94
2.3.2	Corollaire.....	95
2.3.3	Corollaire.....	96
2.3.4	Remarques.....	96
2.3.5	Exercices.....	99
2.4	Maximum et minimum.....	100
2.4.1	Proposition ( <i>condition nécessaire de premier ordre pour un extremum relatif</i> ).....	100
2.4.2	Remarques.....	101
2.4.3	Un problème d'extremum absolu dans $\mathbb{R}^N$ ...	102
2.4.4	Un problème d'extremum absolu dans $\mathbb{R}^2$ ...	104
2.4.5	Exercices.....	108
2.5	Convergence des dérivées.....	108
2.5.1	Proposition.....	110
2.5.2	Corollaire.....	111
2.5.3	Remarques.....	112
2.6	Interprétations de la dérivée.....	113
2.7	Exercices.....	116

### CHAPITRE 3 DÉRIVÉES D'ORDRE SUPÉRIEUR

3.1	Définitions et notations principales.....	121
3.1.1	Généralités.....	121
3.1.2	Remarques.....	123
3.1.3	Certains opérateurs différentiels.....	123
3.2	Dérivées mixtes.....	126
3.2.1	Proposition.....	126
3.2.2	Proposition ( <i>théorème de Schwarz</i> ).....	126
3.2.3	Remarque.....	128
3.2.4	Proposition.....	128
3.2.5	Remarques et exemples.....	128
3.2.6	Exercices.....	129

3.3	Formule de Taylor .....	132
3.3.1	Notation .....	132
3.3.2	Proposition ( <i>formule de Taylor : développement limité d'ordre <math>n</math></i> ) .....	134
3.3.3	Remarques .....	136
3.3.4	Généralisation aux fonctions vectorielles .....	136
3.3.5	Exercices .....	137
3.4	Maximum et minimum .....	138
3.4.1	Matrices de type positif ou négatif .....	139
3.4.2	Lemme .....	140
3.4.3	Remarque .....	141
3.4.4	Proposition .....	141
3.4.5	Remarque .....	143
3.4.6	Une méthode pour la vérification de la positivité d'une matrice .....	143
3.4.7	Cas particulier de deux variables .....	146
3.4.8	Exercices .....	149
3.5	Coordonnées polaires dans $\mathbb{R}^2$ .....	149
3.5.1	Introduction .....	149
3.5.2	Proposition .....	150
3.5.3	Remarques .....	151
3.5.4	Exercices .....	152
3.6	Fonctions harmoniques .....	153
3.6.1	Proposition ( <i>principe du maximum faible</i> ) .....	153
3.6.2	Corollaire ( <i>principe du minimum faible</i> ) .....	154
3.6.3	Remarques .....	154
3.6.4	Unicité de la solution du problème de Dirichlet .....	155
3.7	Fonctions convexes .....	156
3.7.1	Proposition .....	156
3.7.2	Remarques .....	157
3.7.3	Proposition .....	157
3.7.4	Remarques .....	159
3.7.5	Inégalité de Jensen .....	162
3.7.6	Inégalité de Minkowski .....	162
3.7.7	Remarques .....	163
3.7.8	Inégalité de Hölder .....	164
3.7.9	Exercices .....	164

3.8	Le laplacien en différentes coordonnées .....	167
3.8.1	Introduction .....	167
3.8.2	Le laplacien dans $\mathbb{R}^2$ en coordonnées polaires .....	168
3.8.3	Le laplacien dans $\mathbb{R}^3$ en coordonnées sphériques .....	168
3.8.4	Inversion, transformée de Kelvin .....	170
3.9	Quelques définitions générales .....	172
3.9.1	Définitions de $C^k(A; \mathbb{R}^M)$ .....	172
3.9.2	Difféomorphismes .....	173
3.9.3	Proposition .....	174
3.9.4	Exemples de difféomorphismes .....	175
3.10	Quelques remarques sur les dérivées d'ordre supérieur .....	176
3.11	Exercices .....	178
3.12	Commentaires .....	179

#### CHAPITRE 4 FONCTIONS IMPLICITES

4.1	Préliminaires .....	181
4.1.1	Position du problème .....	181
4.1.2	Solution plausible du problème .....	182
4.1.3	Calcul de la dérivée des fonctions implicites ..	183
4.1.4	Exercices .....	185
4.2	Fonctions inverses .....	186
4.2.1	Terminologie .....	186
4.2.2	Proposition ( <i>théorème des fonctions inverses ou théorème d'inversion locale</i> ) .....	186
4.2.3	Lemme ( <i>injectivité</i> ) .....	186
4.2.4	Lemme ( <i>application ouverte</i> ) .....	187
4.2.5	Démonstration de la proposition 4.2.2 .....	188
4.2.6	Proposition .....	189
4.2.7	Remarques .....	189
4.2.8	Les images .....	191
4.2.9	Théorèmes d'inversion globale .....	192
4.2.10	Exercices .....	194
4.3	Théorème des fonctions implicites .....	196
4.3.1	Proposition ( <i>théorème des fonctions implicites</i> ) .....	196
4.3.2	Remarques .....	198
4.3.3	Exercices .....	199

4.4	Théorème du rang constant .....	200
4.4.1	Introduction .....	200
4.4.2	Proposition ( <i>théorème du rang constant</i> ) .....	201
4.4.3	Remarques et définitions .....	204
4.4.4	Proposition .....	205
4.4.5	Immersiones .....	208
4.4.6	Submersions .....	208
4.4.7	Valeurs régulières .....	209
4.4.8	Applications de rang $r$ .....	210
4.4.9	Dépendance fonctionnelle .....	211
4.4.10	Exercices .....	213
4.5	Extremums liés .....	215
4.5.1	Introduction .....	215
4.5.2	Méthode des multiplicateurs de Lagrange ....	217
4.5.3	Optimisation non linéaire .....	218
4.5.4	Exercices .....	221
4.6	Remarques .....	224

## CHAPITRE 5 INTÉGRATION

5.1	Remarques préliminaires .....	228
5.1.1	L'intégrale de Riemann : rappels intuitifs ....	228
5.1.2	Intégrales multiples : rappels intuitifs .....	231
5.1.3	Nécessité d'une théorie de l'intégration générale .....	231
5.2	Intégrale de Lebesgue .....	232
5.2.1	Espaces boréliens .....	233
5.2.2	Mesures .....	234
5.2.3	Fonctions mesurables .....	236
5.2.4	Intégrales des fonctions positives .....	238
5.2.5	Proposition .....	239
5.2.6	Proposition .....	239
5.2.7	Intégrales des fonctions non nécessairement positives .....	242
5.2.8	Proposition .....	243
5.2.9	Proposition .....	246
5.2.10	Intégrale comme la limite d'une somme .....	247
5.2.11	Ensembles négligeables, fonctions $\mu$ -mesurables .....	248

5.2.12	Proposition.....	249
5.2.13	Intégrales de Lebesgue dans $\mathbb{R}^N$ .....	250
5.2.14	Proposition.....	251
5.2.15	Exercices .....	252
5.3	Intégrales qui dépendent d'un paramètre .....	257
5.3.1	Proposition.....	258
5.3.2	Corollaire .....	258
5.3.3	Proposition ( <i>dérivation sous le signe d'intégration</i> ) .....	259
5.3.4	Corollaire .....	260
5.3.5	Exercices .....	261
5.4	Théorème de Fubini .....	264
5.4.1	Définitions préliminaires .....	264
5.4.2	Proposition ( <i>existence de la mesure produit</i> ) ..	265
5.4.3	Proposition (théorème de Fubini) .....	266
5.4.4	Cas de $\mathbb{R}^N$ .....	267
5.4.5	Exercices .....	270
5.5	Mesures dans $\mathbb{R}^N$ .....	276
5.5.1	Mesures de Radon .....	276
5.5.2	Proposition.....	278
5.5.3	Remarque .....	279
5.6	Mesure de Lebesgue dans $\mathbb{R}^N$ .....	280
5.6.1	Généralités .....	280
5.6.2	Proposition.....	281
5.6.3	Transformations affines .....	281
5.6.4	Proposition.....	282
5.6.5	Volume d'un parallélépipède dans $\mathbb{R}^N$ .....	283
5.6.6	Proposition.....	285
5.6.7	Ensembles négligeables dans $\mathbb{R}^N$ .....	288
5.7	Changement de variables dans les intégrales .....	290
5.7.1	Introduction.....	290
5.7.2	Proposition.....	291
5.7.3	Remarques .....	293
5.7.4	Formulation abstraite de la formule de changement de variables dans les intégrales ..	294
5.8	Quelques cas importants de changement de variables dans les intégrales multiples .....	296
5.8.1	Transformation affine.....	296

5.2.12	Proposition.....	249
5.2.13	Intégrales de Lebesgue dans $\mathbb{R}^N$ .....	250
5.2.14	Proposition.....	251
5.2.15	Exercices .....	252
5.3	Intégrales qui dépendent d'un paramètre .....	257
5.3.1	Proposition.....	258
5.3.2	Corollaire .....	258
5.3.3	Proposition ( <i>dérivation sous le signe d'intégration</i> ) .....	259
5.3.4	Corollaire .....	260
5.3.5	Exercices .....	261
5.4	Théorème de Fubini .....	264
5.4.1	Définitions préliminaires .....	264
5.4.2	Proposition ( <i>existence de la mesure produit</i> ) ..	265
5.4.3	Proposition (théorème de Fubini).....	266
5.4.4	Cas de $\mathbb{R}^N$ .....	267
5.4.5	Exercices .....	270
5.5	Mesures dans $\mathbb{R}^N$ .....	276
5.5.1	Mesures de Radon.....	276
5.5.2	Proposition.....	278
5.5.3	Remarque.....	279
5.6	Mesure de Lebesgue dans $\mathbb{R}^N$ .....	280
5.6.1	Généralités .....	280
5.6.2	Proposition.....	281
5.6.3	Transformations affines .....	281
5.6.4	Proposition.....	282
5.6.5	Volume d'un parallélépipède dans $\mathbb{R}^N$ .....	283
5.6.6	Proposition.....	285
5.6.7	Ensembles négligeables dans $\mathbb{R}^N$ .....	288
5.7	Changement de variables dans les intégrales .....	290
5.7.1	Introduction.....	290
5.7.2	Proposition.....	291
5.7.3	Remarques .....	293
5.7.4	Formulation abstraite de la formule de changement de variables dans les intégrales ..	294
5.8	Quelques cas importants de changement de variables dans les intégrales multiples .....	296
5.8.1	Transformation affine.....	296

5.8.2	Transformation polaire dans $\mathbb{R}^2$ .....	296
5.8.3	Transformation cylindrique dans $\mathbb{R}^3$ .....	297
5.8.4	Transformation sphérique dans $\mathbb{R}^3$ .....	297
5.8.5	Transformation sphérique dans $\mathbb{R}^N$ .....	298
5.9	Intégrales des fonctions vectorielles .....	300
5.10	Exercices .....	304
5.11	Approximation par des fonctions de classe $C^\infty$ .....	313
5.11.1	Généralités .....	313
5.11.2	Lemme .....	315
5.11.3	Lemme .....	316
5.11.4	Proposition .....	317
5.11.5	Proposition .....	318
5.11.6	Proposition ( <i>théorème de Weierstrass</i> ) .....	318
5.11.7	Remarques .....	321
5.12	Quelques compléments .....	321
5.12.1	Inégalité de Jensen .....	321
5.12.2	Inégalités de Hölder et de Minkowski .....	323
5.12.3	Formule d'Euler-Maclaurin, formule de Stirling .....	325
5.12.4	Exercices .....	328
5.13	Commentaires .....	329
5.14	Appendice .....	331
 CHAPITRE 6 ANALYSE VECTORIELLE		
6.1	Intégrales curvilignes dans $\mathbb{R}^N$ .....	333
6.1.1	Définitions .....	333
6.1.2	Terminologie .....	334
6.1.3	Interprétation intuitive des intégrales curvilignes .....	335
6.1.4	Proposition .....	336
6.1.5	Explications au sujet de la proposition 6.1.4 .....	337
6.1.6	Représentation d'un lacet .....	338
6.1.7	Paramétrage naturel .....	339
6.1.8	Proposition .....	341
6.1.9	Champ dérivant d'un potentiel .....	341
6.1.10	Notations et conventions .....	343
6.1.11	Proposition .....	344
6.1.12	Compléments à la proposition 6.1.11 .....	346

6.1.13	Explication physique du terme conservatif....	346
6.1.14	Ensemble étoilé.....	347
6.1.15	Proposition.....	348
6.1.16	Remarques.....	350
6.1.17	Courbes.....	351
6.1.18	Exercices.....	352
6.2	Théorème de Green.....	357
6.2.1	Explications intuitives.....	357
6.2.2	Une vérification.....	358
6.2.3	Théorème de Jordan.....	360
6.2.4	Domaines réguliers dans $\mathbb{R}^2$ et orientation de leurs frontières.....	361
6.2.5	Proposition ( <i>formulation précise du théorème de Green</i> ).....	363
6.2.6	Calcul d'aire.....	364
6.2.7	Formule de changement de variables dans $\mathbb{R}^2$ .....	364
6.2.8	Le flux à travers une courbe plane.....	366
6.2.9	Remarques sur la validité du théorème de Green.....	367
6.2.10	Une condition géométrique.....	368
6.2.11	Exercices.....	370
6.3	Intégrales de surface dans $\mathbb{R}^3$ .....	373
6.3.1	Morceaux de surfaces régulières dans $\mathbb{R}^3$ .....	373
6.3.2	Remarques concernant la propriété homéomorphe de $\psi$ .....	375
6.3.3	Intégrales de surface.....	376
6.3.4	Normale unitaire, orientation, flux.....	378
6.3.5	Changement de paramétrage.....	380
6.3.6	D'autres notations pour le flux.....	381
6.3.7	Intégrales de surface : définition globale.....	383
6.3.8	Flux à travers une surface : définition globale.....	384
6.3.9	Exemples de surfaces orientables.....	385
6.3.10	Remarques géométriques sur la définition de l'aire d'une surface.....	387
6.3.11	Sur la définition d'une surface.....	388
6.3.12	Exercices.....	389

6.4	Théorème de Gauss dans $\mathbb{R}^3$ .....	397
6.4.1	Domaines réguliers dans $\mathbb{R}^3$ .....	397
6.4.2	Proposition ( <i>théorème de la divergence</i> ) .....	398
6.4.3	Une vérification du théorème de la divergence .....	399
6.4.4	Angle solide .....	400
6.4.5	Loi de Gauss .....	402
6.4.6	Formule de Green .....	403
6.4.7	Propriétés des fonctions harmoniques .....	404
6.4.8	Poussée d'Archimède .....	406
6.4.9	Exercices .....	408
6.5	Théorème de Stokes dans $\mathbb{R}^3$ .....	410
6.5.1	Introduction .....	410
6.5.2	Domaines réguliers et leurs bords dans une surface .....	411
6.5.3	Orientation du bord .....	412
6.5.4	Proposition ( <i>théorème de Stokes dans <math>\mathbb{R}^3</math></i> ) ...	413
6.5.5	Une vérification du théorème de Stokes .....	414
6.5.6	Remarques .....	416
6.5.7	Exercices .....	417
6.6	Quelques problèmes concernant les champs vectoriels dans $\mathbb{R}^3$ .....	419
6.6.1	Formules concernant les champs vectoriels ...	419
6.6.2	Champ irrotationnel, champ incompressible ..	421
6.6.3	Proposition .....	422
6.6.4	Remarques .....	424
6.6.5	Proposition ( <i>théorème de Helmholtz</i> ) .....	425
6.6.6	Remarques .....	425
6.6.7	Exercices .....	426
6.7	Equations de Maxwell .....	430
6.7.1	Introduction .....	430
6.7.2	Interdépendance des équations (6.38) .....	431
6.7.3	Lois de conservation .....	431
6.7.4	Circulations de $E$ et $H$ .....	432
6.7.5	Vecteur de Poynting .....	432
6.7.6	Solutions des équations .....	433
6.8	Coordonnées curvilignes dans $\mathbb{R}^3$ .....	435
6.8.1	Introduction .....	435
6.8.2	Notations et conventions supplémentaires ...	436

6.8.3	Proposition.....	437
6.8.4	Esquisse d'une autre démonstration.....	440
6.8.5	Exercices.....	442
6.9	Commentaires.....	443
CHAPITRE 7 THÉORÈME DE STOKES GÉNÉRALISÉ		
7.1	Formalisme des formes différentielles.....	445
7.1.1	Introduction.....	445
7.1.2	Symbolisme des formes différentielles extérieures.....	446
7.1.3	Différentiation extérieure des formes.....	449
7.1.4	Formes fermées, formes exactes.....	451
7.1.5	Changement de variables dans les formes différentielles.....	452
7.1.6	Intégration des formes différentielles : esquisse	453
7.1.7	Exercices.....	455
7.2	Partitions de l'unité.....	457
7.2.1	Préliminaires.....	457
7.2.2	Proposition.....	458
7.2.3	Remarques.....	460
7.2.4	Proposition.....	461
7.2.5	Remarques.....	461
7.2.6	Proposition.....	462
7.2.7	Proposition.....	463
7.2.8	Proposition.....	464
7.2.9	Remarques.....	465
7.2.10	Exercices.....	466
7.3	Intégration dans les variétés différentielles.....	467
7.3.1	Préliminaires.....	467
7.3.2	Changement de paramétrage local.....	469
7.3.3	Espaces tangents.....	470
7.3.4	Volume d'un parallélépipède.....	472
7.3.5	Formule de Binet-Cauchy.....	475
7.3.6	L'élément de volume.....	476
7.3.7	Mesure naturelle dans une variété.....	478
7.3.8	Ensembles négligeables dans une variété.....	481
7.3.9	Ensembles $k$ -négligeables.....	482
7.3.10	Exercices.....	483

7.4	Théorème de la divergence dans $\mathbb{R}^N$ .....	487
7.4.1	Introduction .....	487
7.4.2	<i>Frontière régulière</i> .....	487
7.4.3	Normale dirigée vers l'extérieur .....	490
7.4.4	Proposition .....	492
7.4.5	Proposition .....	493
7.4.6	<del>Proposition (théorème de la divergence dans <math>\mathbb{R}^N</math>)</del> .....	<del>495</del>
7.4.7	Remarques .....	499
7.4.8	Exercices .....	500
7.5	Formes multilinéaires alternées .....	503
7.5.1	Introduction .....	503
7.5.2	<i>Préliminaires</i> .....	<i>503</i>
7.5.3	Produit extérieur .....	504
7.5.4	Proposition .....	507
7.5.5	Remarques .....	507
7.5.6	Compléments .....	510
7.5.7	Exercices .....	512
7.6	Formes différentielles .....	513
7.6.1	Introduction .....	513
7.6.2	Définition des formes différentielles .....	513
7.6.3	Produit extérieur des formes différentielles ...	514
7.6.4	Différentiation extérieure .....	515
7.6.5	Changement de variables .....	517
7.7	Orientation .....	521
7.7.1	Variété différentielle orientée .....	521
7.7.2	Orientation des espaces vectoriels .....	522
7.7.3	Orientation des espaces tangents .....	524
7.7.4	Orientation des hypersurfaces .....	526
7.7.5	Proposition .....	527
7.7.6	Orientation d'un bord .....	529
7.7.7	Compléments .....	531
7.8	Intégration des formes différentielles .....	532
7.8.1	Introduction .....	532
7.8.2	Intégration d'une $N$ -forme .....	532
7.8.3	Intégration d'une $k$ -forme .....	534
7.8.4	Une inégalité pour les intégrales d'une $k$ -forme .....	536

7.8.5	Intégration sur une hypersurface orientée . . . .	538
7.8.6	Remarques . . . . .	540
7.8.7	Une formule utile . . . . .	540
7.8.8	Un théorème de convergence . . . . .	542
7.9	Théorème de Stokes généralisé . . . . .	544
7.9.1	Proposition ( <i>théorème de Stokes généralisé</i> ) . .	544
7.9.2	Corollaire . . . . .	544
7.9.3	Remarques . . . . .	548
7.9.4	Version simpliciale du théorème de Stokes . . .	549
7.9.5	Théorème de Stokes pour les variétés à bord .	551
7.9.6	Exercices . . . . .	553
7.10	Formes fermées, formes exactes : retour . . . . .	554
7.10.1	Introduction . . . . .	554
7.10.2	Homotopie des applications . . . . .	554
7.10.3	Théorème de Poincaré . . . . .	556
7.10.4	Proposition ( <i>théorème de Poincaré</i> ) . . . . .	556
7.10.5	Remarques . . . . .	557
7.10.6	Les 1-formes . . . . .	559
7.10.7	Homotopie des chemins . . . . .	560
7.10.8	Proposition . . . . .	561
7.10.9	Connexité simple . . . . .	563
7.10.10	Proposition . . . . .	564
7.10.11	Remarques . . . . .	564
7.10.12	Exercices . . . . .	566
	CONCLUSION . . . . .	567
	RÉPONSES AUX EXERCICES . . . . .	569
	BIBLIOGRAPHIE . . . . .	583
	INDEX . . . . .	585

7.8.5	Intégration sur une hypersurface orientée . . . .	538
7.8.6	Remarques . . . . .	540
7.8.7	Une formule utile . . . . .	540
7.8.8	Un théorème de convergence . . . . .	542
7.9	Théorème de Stokes généralisé . . . . .	544
7.9.1	Proposition ( <i>théorème de Stokes généralisé</i> ) . .	544
7.9.2	Corollaire . . . . .	544
7.9.3	Remarques . . . . .	548
7.9.4	Version simpliciale du théorème de Stokes . . .	549
7.9.5	Théorème de Stokes pour les variétés à bord .	551
7.9.6	Exercices . . . . .	553
7.10	Formes fermées, formes exactes : retour . . . . .	554
7.10.1	Introduction . . . . .	554
7.10.2	Homotopie des applications . . . . .	554
7.10.3	Théorème de Poincaré . . . . .	556
7.10.4	Proposition ( <i>théorème de Poincaré</i> ) . . . . .	556
7.10.5	Remarques . . . . .	557
7.10.6	Les 1-formes . . . . .	559
7.10.7	Homotopie des chemins . . . . .	560
7.10.8	Proposition . . . . .	561
7.10.9	Connexité simple . . . . .	563
7.10.10	Proposition . . . . .	564
7.10.11	Remarques . . . . .	564
7.10.12	Exercices . . . . .	566
	CONCLUSION . . . . .	567
	RÉPONSES AUX EXERCICES . . . . .	569
	BIBLIOGRAPHIE . . . . .	583
	INDEX . . . . .	585