

TRADUIT
DU RUSSE

COURS D'ALGÈBRE SUPÉRIEURE

A. KUROSH



ÉDITIONS DE MOSCOU

MHM

A. KUROSH

COURS D'ALGÈBRE SUPÉRIEURE

EDC
2132
1
1

ÉDITIONS MIR • MOSCOU
1971

TABLE DES MATIÈRES

Préface	7
Introduction	9
Chapitre I. Systèmes d'équations linéaires. Déterminants	15
§ 1. Méthode d'élimination successive des inconnues	15
§ 2. Déterminants du deuxième et du troisième ordre	23
§ 3. Permutations et substitutions	28
§ 4. Déterminants d'ordre n	37
§ 5. Mineurs et cofacteurs	45
§ 6. Calcul des déterminants	48
§ 7. Règle de Cramer	55
Chapitre II. Systèmes d'équations linéaires (théorie générale)	62
§ 8. Espace vectoriel à n dimensions	62
§ 9. Dépendance linéaire des vecteurs	65
§ 10. Rang d'une matrice	73
§ 11. Systèmes d'équations linéaires	80
§ 12. Systèmes d'équations linéaires homogènes	86
Chapitre III. Algèbre des matrices	92
§ 13. Multiplication des matrices	92
§ 14. Matrice inverse	98
§ 15. Addition des matrices et multiplication des matrices par un nombre	106
§ 16*. Théorie axiomatique des déterminants	109
Chapitre IV. Nombres complexes	114
§ 17. Ensemble des nombres complexes	114
§ 18. Suite de l'étude des nombres complexes	119
§ 19. Extraction de racine des nombres complexes	127
Chapitre V. Polynômes et leurs zéros	135
§ 20. Opérations sur les polynômes	135
§ 21. Diviseurs. Plus grand commun diviseur	140
§ 22. Zéros des polynômes	148
§ 23. Théorème fondamental	152
§ 24. Conséquences du théorème fondamental	161
§ 25*. Fractions rationnelles	167
Chapitre VI. Formes quadratiques	172
§ 26. Réduction d'une forme quadratique à la forme canonique	172
§ 27. Théorème d'inertie	180
§ 28. Formes quadratiques définies positives	186
Chapitre VII. Espaces vectoriels	190
§ 29. Définition d'un espace vectoriel. Isomorphisme	190
§ 30. Espaces à un nombre fini de dimensions. Bases	195
§ 31. Applications linéaires	200
§ 32*. Sous-espaces d'un espace vectoriel	208
§ 33. Racines caractéristiques et valeurs propres	213

Chapitre VIII. Espaces euclidiens	218
§ 34. Définition des espaces euclidiens. Bases orthonormales	218
§ 35. Matrices orthogonales, applications orthogonales	224
§ 36. Applications symétriques	229
§ 37. Réduction d'une forme quadratique à ses axes principaux. Couples de formes quadratiques	234
Chapitre IX. Calcul des zéros d'un polynôme	240
§ 38*. Equations des deuxième, troisième et quatrième degrés	240
§ 39. Limites des zéros	248
§ 40. Théorème de Sturm	254
§ 41. Autres théorèmes sur le nombre des zéros réels	260
§ 42. Calcul approché des zéros	267
Chapitre X. Champs et polynômes	274
§ 43. Anneaux et champs numériques	274
§ 44. Anneau	278
§ 45. Champ	284
§ 46*. Isomorphisme des anneaux (des champs). Unicité du champ des nombres complexes	290
§ 47. Algèbre linéaire et algèbre des polynômes sur un champ	294
§ 48. Décomposition des polynômes en facteurs irréductibles	299
§ 49*. Théorème d'existence d'un zéro	308
§ 50*. Champ des fractions rationnelles	316
Chapitre XI. Polynômes de plusieurs indéterminées	323
§ 51. Anneau des polynômes de plusieurs indéterminées	323
§ 52. Polynômes symétriques	332
§ 53*. Remarques complémentaires sur les polynômes symétriques	339
§ 54*. Résultant. Elimination d'une indéterminée. Discriminant	345
§ 55*. Seconde démonstration du théorème fondamental de l'algèbre des nombres complexes	357
Chapitre XII. Polynômes à coefficients rationnels	361
§ 56*. Réductibilité des polynômes sur le champ des nombres ration- nels	361
§ 57*. Zéros rationnels des polynômes à coefficients entiers	365
§ 58*. Nombres algébriques	369
Chapitre XIII. Forme normale des matrices	375
§ 59. Equivalence des λ -matrices	375
§ 60. λ -matrices unimodulaires. Matrices numériques semblables et équivalence de leurs matrices caractéristiques	382
§ 61. Forme normale de Jordan	391
§ 62. Polynôme minimal	400
Chapitre XIV. Groupes	405
§ 63. Définition et exemples de groupes	405
§ 64. Sous-groupes	411
§ 65. Sous-groupes distingués, groupes-quotients, homomorphismes	417
§ 66. Sommes directes de groupes abéliens	424
§ 67. Groupes abéliens finis	430
Index alphabétique	439