

J. GENET et G. PUPION

ANALYSE MODERNE

CLASSES PRÉPARATOIRE AUX GRANDES ÉCOLES.
PREMIER CYCLE UNIVERSITAIRE



RESUME DE COURS ET EXERCICES CORRIGES TOME I
espaces métriques-series-systèmes différentiels

VUIBERT

~~M 46/I~~

9230 $\frac{2}{2}$

24

analyse moderne

M 40/TA

résumé de cours et exercices corrigés

par

~~4019~~ $\frac{4}{7}$

J. Genet

et

G. Pupion

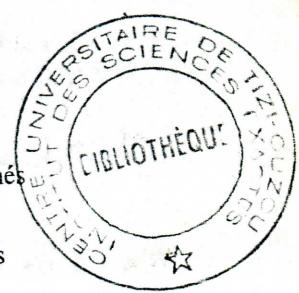
*agrégé de l'Université,
docteur ès sciences mathématiques,
maître de conférences à
l'Université de Pau*

*agrégé de l'Université,
docteur ès sciences mathématiques,
maître de conférences à
l'Université de Bordeaux*

BIBLIOTHEQUE du Département
de Mathématiques
Inventaire : ~~96/13~~ 33373
COTE : ~~96/13~~

TOME 1

espaces métriques
espaces vectoriels normés
séries
systèmes différentiels



à l'usage des étudiants du premier cycle universitaire, des classes préparatoires
aux grandes Écoles et de la première année des maîtrises de Mathématiques

Deuxième édition
revue et augmentée

N° de ...

N° Inventaire : ~~42011~~ $\frac{1}{3}$

LIBRAIRIE VUIBERT
Boulevard Saint-Germain, 63
75005 - PARIS

Faculté des Sciences
BIBLIOTHÈQUE
N° d'inventaire : A 70 $\frac{8}{19}$

N° de Cote: ...

CENTRE U. W. LIBRE DE TR. 00200
BIB. HEQ. 3
NUMERO
D'INV. 9230/2

SB IVB 145 C

186/100

N° DE COT. ~~M. 46/1~~

EX. 100

analyse moderne 1

espaces métriques
espaces vectoriels normés
séries
systèmes différentiels

22

المركز الوطني للدراسات والبحوث
الرياضية والهندسية
A 46/1
3230

~~A 46/1~~ 3230

TABLE DES MATIÈRES

1.	ESPACES MÉTRIQUES. Ouverts. Fermés. Bornés	13
	I. — Généralités	13
	II. — Ouverts d'un espace métrique	14
	III. — Fermés d'un espace métrique	16
	IV. — Bornés d'un espace métrique	17
	V. — Définitions diverses et compléments	17
	Énoncés des exercices	19
	Solutions	27
2.	ESPACES MÉTRIQUES. Compacts. Suites de Cauchy. Complètes ...	59
	I. — Compacts	59
	II. — Suites de Cauchy	60
	III. — Complètes	60
	Énoncés des exercices	61
	Solutions	64
3.	APPLICATIONS CONTINUES	77
	I. — Généralités	77
	II. — Continuité uniforme	78
	III. — Définitions et propriétés diverses	79
	Énoncés des exercices	80
	Solutions	85
4.	ESPACES VECTORIELS NORMÉS. ESPACES DE BANACH. ESPACES DE HILBERT	101
	I. — Espaces vectoriels normés	101
	II. — Espaces de Banach	103
	III. — Espace $\mathcal{L}_c(E, F)$	103
	IV. — Espaces de Hilbert	104
	Énoncés des exercices	106
	Solutions	114

5.	SÉRIES NUMÉRIQUES	149
	I. — Généralités sur les séries	149
	II. — Séries à termes positifs	151
	III. — Séries à termes réels de signe quelconque ou à termes complexes	154
	IV. — Opérations sur les séries	157
	V. — Familles sommables	159
	Énoncés des exercices	162
	Solutions	166
/ 6.	SUITES ET SÉRIES DE FONCTIONS	185
	A) Suites de fonctions	185
	I. — Convergence simple et convergence uniforme	185
	II. — Théorèmes fondamentaux	187
	B) Séries de fonctions	189
	III. — Convergence simple et convergence uniforme	189
	IV. — Théorèmes fondamentaux	190
	Énoncés des exercices	192
	Solutions	197
7.	SÉRIES ENTIÈRES D'UNE VARIABLE RÉELLE OU COMPLEXE	217
	I. — Propriétés générales	217
	II. — Opérations algébriques	218
	III. — Séries entières réelles. Fonctions développables en séries entières	219
	IV. — Fonctions $z \mapsto e^z, \operatorname{ch} z, \operatorname{sh} z, \sin z, \cos z$	221
	V. — Applications	222
	Énoncés des exercices	223
	Solutions	229
x 8.	SÉRIES DE FOURIER	263
	I. — Définitions générales	263
	II. — Fonctions développables en série de Fourier	264
	III. — Approximation en moyenne quadratique. Inégalité de Bessel. Égalité de Parseval	266
	IV. — Cas des fonctions de période $T \neq 2\pi$	267
	V. — Bases hilbertiennes	267
	Énoncés des exercices	269
	Solutions	271

9.	SUITES ET SÉRIES DANS UN E.V.N.	287
	A) Suites et séries dans un E.V.N.	287
	I. -- Suites dans un E.V.N.	287
	II. -- Séries dans un E.V.N.	287
	III. -- Définition de e^A et e^L	288
	B) Suites et séries de fonctions à valeurs dans un Banach... ..	290
	IV. -- Définitions diverses	290
	V. -- Suites de fonctions $f_n : (a, b) \mapsto E$ Banach.....	291
	VI. -- Séries de fonctions $u_n : (a, b) \mapsto E$ Banach.....	291
	Énoncés des exercices	293
	Solutions	298
10.	SYSTÈMES DIFFÉRENTIELS $X'(t) = A(t)X(t) + Y(t)$. ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES	315
	I. -- Systèmes différentiels homogènes	315
	II. -- Systèmes $X'(t) = A(t)X(t) + Y(t)$	318
	III. -- Systèmes du second ordre $X''(t) = B(t)X'(t) + A(t)X(t)$	319
	IV. -- Équations différentielles d'ordre n	320
	Énoncés des exercices	322
	Solutions	324
11.	SYSTÈMES DIFFÉRENTIELS A COEFFICIENTS CONSTANTS. ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES A COEFFICIENTS CONSTANTS. MÉTHODES TECH- NIQUES	329
	I. -- Systèmes homogènes	329
	II. -- Systèmes non homogènes.....	334
	III. -- Systèmes du second ordre	336
	IV. -- Équations différentielles linéaires à coefficients cons- tants	336
	Énoncés des exercices	338
	Solutions	341
	INDEX ALPHABÉTIQUE	363
	TABLE DES MATIÈRES DU TOME 2	364