

TRADUIT
DU RUSSE

**PREMIER COURS
DE TOPOLOGIE**
CHAPITRES GÉOMÉTRIQUES

V. ROHLIN, D. FUCHS



ÉDITIONS DE MOSCOU

M408

V. ROHLIN, D. FUCHS

TABLE DES MATIÈRES

PREMIER COURS DE TOPOLOGIE

CHAPITRES GÉOMÉTRIQUES

Traduit du russe par
A. SOSSINSKI

Introduction. LES NOTIONS ET NOTATIONS PLUS USUELLES
DE LA THÉORIE DES ENSEMBLES EMPLOYÉES
DANS CET OUVRAGE 11

CHAPITRE I. ESPACES TOPOLOGIQUES 14

1.1. Définitions fondamentales 14
1.2. Topologie (15); 2. Distance (17); 3. Espaces métriques (19);
4. Séparation des ensembles (21); 5. Séparation de Hausdorff (23); 6. Capacité (29).

1.3. Construction 33
1.4. Applications continues (35); 2. Espaces quotients (37);
3. Applications continues (39); 4. Applications continues (41); 5. Construction
des espaces d'applications continues (43); 6. Exercices (45); 7. Exercices (60).

1.5. Exercices 61
1.6. Définitions générales (61); 2. Connexité (63); 3. Connexité
et compacité (65); 4. Propriétés locales (67); 5. Couples de
Lefschetz (69); 6. Exercices (71); 7. Propriétés homotopiques
des constructions topologiques (73); 8. Exercices (81).

CHAPITRE II. ESPACES CELLULAIRES 82

2.1. Définitions fondamentales des espaces topologiques 82
2.2. Définitions fondamentales des espaces cellulaires (83); 3. Partitions
finies de la sphère et de la boule et des espaces projectifs
réels et complexes (85); 4. Exercices (87); 5. Exercices (87).

ÉDITIONS MIR · MOSCOU

Handwritten notes: IDC, 21, 23, with arrows pointing to the table of contents.

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos	9
Introduction. TERMINOLOGIE ET NOTATIONS NON USUELLES DE LA THÉORIE DES ENSEMBLES EMPLOYÉES DANS CET OUVRAGE	11
Chapitre premier. ESPACES TOPOLOGIQUES	14
§ 1. Notions fondamentales	14
1. Topologie (14). 2. Distance (17). 3. Sous-espaces (18). 4. Applications continues (20). 5. Axiomes de séparation (23). 6. Axiomes de dénombrabilité (27). 7. Compacité (29).	
§ 2. Constructions	33
1. Sommes (33). 2. Produits (34). 3. Espaces quotients (37). 4. Recollements (40). 5. Espaces projectifs (44). 6. Construc- tions plus spéciales (47). 7. Espaces d'applications continues (50). 8. Le cas des espaces pointés (54). 9. Exercices (60).	
§ 3. Homotopies	61
1. Définitions générales (61). 2. Chemins (65). 3. Connexité et k -connexité (65). 4. Propriétés locales (69). 5. Couples de Borsuk (70). 6. Espaces SCNR (73). 7. Propriétés homotopiques des constructions topologiques (75). 8. Exercices (81).	
Chapitre 2. ESPACES CELLULAIRES	82
§ 1. Espaces cellulaires et leurs propriétés topologiques	82
1. Notions fondamentales (82). 2. Espaces cellulaires comme recollements de boules (87). 3. Partitions cellulaires cano- niques de la sphère, de la boule et des espaces projectifs (88). 4. Autres propriétés topologiques des espaces cellulaires (89). 5. Constructions cellulaires (93). 6. Exercices (97).	
§ 2. Espaces simpliciaux	98
1. Simplexes euclidiens (98). 2. Espaces simpliciaux et appli- cations simpliciales (100). 3. Schémas simpliciaux (104). 4. Po- lyèdres (105). 5. Constructions simpliciales (106). 6. Etoiles.	

	Links. Voisinages réguliers (112). 7. Approximation simpli- ciale d'une application continue (116). 8. Exercices (117).	
§ 3.	Propriétés d'homotopie des espaces cellulaires	118
	1. Couples cellulaires (118). 2. Approximation cellulaire d'une application continue (120). 3. Couples cellulaires k -connexes (123). 4. Approximation simpliciale des espaces cellulaires (127). 5. Exercices (129).	
Chapitre 3.	VARIÉTÉS DIFFÉRENTIABLES	130
§ 1.	Notions fondamentales	130
	1. Variétés topologiques (130). 2. Structures différentielles (137). 3. Orientations (147). 4. Variété des vecteurs tangents (152). 5. Plongements, immersions et submersions (157). 6. Structures complexes (161). 7. Exercices (166).	
§ 2.	Variétés de Stiefel et de Grassmann	166
	1. Variétés de Stiefel (166). 2. Variétés de Grassmann (172). 3. Quelques variétés de Stiefel et de Grassmann de petites dimensions (180). 4. Exercices (181).	
§ 3.	Digression: trois théorèmes d'analyse	182
	1. Approximation des fonctions par des polynômes (182). 2. Valeurs spéciales (186). 3. Points critiques non dégé- nérés (189).	
§ 4.	Plongements. Immersions. Lissages. Approximations	192
	1. Espaces d'applications différentiables (192). 2. Théorèmes élémentaires de plongement (195). 3. Transversalisations et tubes (197). 4. Lissage des applications dans le cas fermé (199). 5. Recollement différentiable de variétés (202). 6. Lis- sage des applications de variétés à bord (208). 7. Mise des applications en position générale (212). 8. Applications trans- versales à une sous-variété (218). 9. Augmentation de la classe de différentiabilité d'une variété (220). 10. Approximation des applications par des plongements et des immersions (226). 11. Exercices (299).	
§ 5.	Théorèmes structuraux élémentaires	231
	1. Fonctions de Morse (231). 2. Cobordismes et chirurgie (235). 3. Variétés de dimension deux (246). 4. Exercices (253).	
Chapitre 4.	LES FIBRÉS	255
§ 1.	Fibrés sans structure de groupe	255
	1. Définitions générales (255). 2. Fibrés localement triviaux (257). 3. Fibrés de Serre (259). 4. Fibrés d'espaces d'applica- tions (262). 5. Exercices (265).	
§ 2.	Digression: groupes topologiques et groupes de transforma- tions	266
	1. Groupes topologiques (266). 2. Groupes d'homéomorphi- smes (271). 3. Action de groupe (274). 4. Exercices (286).	
§ 3.	Fibrés à structure de groupe	286
	1. Espaces à F -structure (286). 2. Fibrés de Steenrod (288). 3. Fibrés associés (293). 4. Fibrés d'Ehresmann-Feldbau (297). 5. Exercices (299).	

§ 4. Classification des fibrés de Steenrod	300
1. Fibrés de Steenrod et homotopie (300). 2. Fibrés universels (304). 3. Fibrés de Milnor (307). 4. Réduction du groupe structural (310). 5. Exercices (311).	
§ 5. Fibrés vectoriels	311
1. Définitions générales (311). 2. Constructions (318). 3. Fibrés vectoriels universels classiques (323). 4. Principales réductions du groupe structural (330). 5. Exercices (332).	
§ 6. Fibrés différentiables	333
1. Notions fondamentales (333). 2. Lissages et approximations (336). 3. Fibrés vectoriels différentiables (340). 4. Fibrés normaux et tangents (345). 5. Degrés (350). 6. Exercices (356).	
Chapitre 5. GROUPES D'HOMOTOPIE	358
§ 1. Théorie générale	358
1. Groupes d'homotopie absolus (358). 2. Digression: assemblages (362). 3. Assemblages de groupes d'homotopie d'un espace topologique (364). 4. Groupes d'homotopie relatifs (368). 5. Digression: suites de groupes et d'homomorphismes et π -suites (373). 6. Suite d'homotopie d'un couple (380). 7. Assemblages de groupes d'homotopie des fibres d'un fibré de Serre (385). 8. Suite d'homotopie d'un fibré de Serre (388). 9. Influence d'autres structures (394). 10. Autres descriptions des groupes d'homotopie (400). 11. Théorèmes d'addition (404). 12. Exercices (406).	
§ 2. Groupes d'homotopie des sphères et des variétés classiques	407
1. Suspension dans les groupes d'homotopie des sphères (407). 2. Groupes d'homotopie des sphères dans les cas les plus simples (412). 3. Composition (416). 4. Information: groupes d'homotopie des sphères (419). 5. Groupes d'homotopie des espaces projectifs et des lentilles (420). 6. Groupes d'homotopie des groupes classiques (422). 7. Groupes d'homotopie des variétés et des espaces de Stiefel (424). 8. Groupes d'homotopie des variétés et des espaces de Grassmann (425). 9. Exercices (426).	
§ 3. Groupes d'homotopie des espaces cellulaires	427
1. Groupes d'homotopie d'un espace cellulaire unidimensionnel (427). 2. L'effet du recollement de boules (428). 3. Groupe fondamental d'un espace cellulaire (430). 4. Groupes d'homotopie des surfaces compactes (433). 5. Groupes d'homotopie des bouquets (435). 6. Groupes d'homotopie d'un couple cellulaire k -connexe (437). 7. Espace à groupes d'homotopie donnés (441). 8. Huit exemples édifiants (442). 9. Exercices (444).	
§ 4. Equivalence d'homotopie faible	445
1. Notions fondamentales (445). 2. Autres constructions (450). 3. Approximation cellulaire d'un espace topologique (454). 4. Exercices (459).	
§ 5. Multiplication de Whitehead	460
1. La classe $w_d(m, n)$ (460). 2. Définition et principales propriétés du produit de Whitehead (463). 3. Applications (465). 4. Exercices (467).	

300	§ 6. Suite de la théorie des fibrés	467
	1. Equivalence d'homotopie faible et fibré de Steenrod (467). 2. Théorie des revêtements (470). 3. Orientations (479). 4. Quelques fibrés au-dessus des sphères (480). 5. Exercices (482).	
311	Bibliographie	484
	Index alphabétique des matières	485
	Liste des notations	491
308	Chapitre 51. GROUPES D'HOMOTOPIE	
358	§ 1. Théorie générale	
	1. Groupes d'homotopie absolue (358). 2. Dérivation; assemblages (362). 3. Assemblages de groupes d'homotopie d'un espace topologique (364). 4. Groupes d'homotopie relative (368). 5. Dérivation; suites de groupes d'homotopie absolues (372). 6. Suite d'homotopie d'un couple (380). 7. Assemblages de groupes d'homotopie des lignes d'un fibré (382). 8. Suite d'homotopie d'un fibré de Serre (388). 9. Influence d'autres structures (394). 10. Autres descriptions des groupes d'homotopie (400). 11. Théorèmes d'addition (404). 12. Exercices (406).	
407	§ 2. Groupes d'homotopie des espaces et des variétés classiques	
	1. Groupes d'homotopie dans les groupes d'homotopie des espaces (407). 2. Groupes d'homotopie des sphères dans les cas les plus importants (412). 3. Composition (418). 4. Information; groupes d'homotopie des sphères (419). 5. Groupes d'homotopie des espaces projectifs et des cellules (420). 6. Groupes d'homotopie des groupes classiques (422). 7. Groupes d'homotopie des variétés des espaces de Stiefel (424). 8. Groupes d'homotopie des variétés et non-espaces de Grassmann (425). 9. Exercices (428).	
437	§ 3. Groupes d'homotopie des espaces cellulaires	
	1. Groupes d'homotopie dans les espaces cellulaires uniformément locaux (437). 2. L'effet du recollement de boules (438). 3. Groupe fondamental d'un espace cellulaire (440). 4. Groupes d'homotopie des surfaces compactes (442). 5. Groupes d'homotopie des boules (443). 6. Groupes d'homotopie d'un couple cellulaire-compact (447). 7. Espaces à groupes d'homotopie finis (447). 8. Théorèmes de dérivé (448). 9. Exercices (449).	
445	§ 4. Equivalence d'homotopie faible	
	1. Théorèmes fondamentaux (445). 2. Autres caractérisations (449). 3. Approximation cellulaire d'un espace topologique (450). 4. Exercices (452). 5. Applications (453).	
480	§ 5. Multiplication de Whitehead	
	1. La classe wd (m, n) (480). 2. Définition et propriétés (481). 3. Propriétés de Whitehead (482). 4. Applications (483). 5. Exercices (487).	