

V. MIKHAÏLOV

ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES



M407

V. MIKHAÏLOV

PRÉFACE

M 407

ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES

de étudiants aux années 1950-1951 par IRINA PETROVA
Traduit du russe
demande au lecteur des
mathématiques, de l'algèbre et
de la théorie des équations différentielles ordinaires, qui correspon-
dent au niveau du programme universitaire.

Le Chapitre premier examine certains aspects généraux de la
théorie des équations aux dérivées partielles. Le Chapitre IV, consacré
à l'analyse, étudie les équations elliptiques, et les deux chapitres
suivants traitent respectivement des équations hyperboliques
et des équations paraboliques.

L'auteur traite les problèmes aux limites et partiellement le pro-
blème de Cauchy en montrant les solutions généralisées, ce qui permet
d'appliquer les conditions aux limites comme pour l'équation
de Poisson, l'équation des ondes et l'équation de la chaleur. L'exis-
tence et l'unicité des solutions occupent de nombreuses pages et
une grande attention est accordée à des procédés d'approximation
comme celui de Runge dans le cas elliptique, celle de Galerkin pour les
équations aux dérivées partielles.

Le lecteur trouvera dans le Chapitre III tous les renseignements
nécessaires sur les espaces fonctionnels (notamment, les théorèmes
de Sobolev). Quant aux parties correspondantes de
la théorie des fonctions et de l'analyse fonctionnelle, il n'a qu'à
se reporter au Chapitre II de caractère auxiliaire.

Les Exercices, sauf le deuxième, sont suivis d'Exercices dont
certains contiennent les résultats du texte. C'est également le
cas pour les Exercices de la fin du livre.

ÉDITIONS MIR · MOSCOU

© Издательство «Мир» Москва, 1978
Тираж 1000 экз.
Издательство «Мир» Москва, 1978
Тираж 1000 экз.

EDC 2122 1

TABLE DES MATIÈRES

Préface	5
Chapitre premier. PRÉLIMINAIRES. CLASSIFICATION DES ÉQUATIONS POSITION DE PROBLÈMES	7
§ 1. Problème de Cauchy. Théorème de Kowalewska	10
§ 2. Classification des équations linéaires aux dérivées partielles du second ordre	28
§ 3. Position de problèmes	31
Exercices	37
Chapitre II. INTÉGRALE DE LEBESGUE ET CERTAINES QUESTIONS DE L'ANALYSE FONCTIONNELLE	39
§ 1. Intégrale de Lebesgue	39
§ 2. Espaces vectoriels normés. Espaces de Hilbert	63
§ 3. Opérateurs linéaires. Ensembles compacts. Opérateurs compacts	72
§ 4. Équations linéaires dans des espaces de Hilbert	85
§ 5. Opérateurs compacts auto-adjoints	93
Chapitre III. ESPACES FONCTIONNELS	100
§ 1. Espaces de fonctions continues et continûment dérivables	100
§ 2. Espaces de fonctions intégrables	103
§ 3. Dérivées généralisées	110
§ 4. Espaces $H^k(Q)$	120
§ 5. Propriétés des fonctions de $H^1(Q)$ et $\dot{H}^1(Q)$	134
§ 6. Propriétés des fonctions de $H^k(Q)$	148
§ 7. Espaces $C^{r,0}$ et $C^{2s,s}$. Espaces $H^{r,0}$ et $H^{2s,s}$	154
§ 8. Exemples d'opérateurs dans les espaces fonctionnels	159
Exercices	164
Chapitre IV. ÉQUATIONS ELLIPTIQUES	168
§ 1. Solutions généralisées des problèmes aux limites. Problèmes de valeurs propres	168
§ 2. Régularité des solutions généralisées. Solutions classiques	206
§ 3. Solutions classiques des équations de Laplace et de Poisson	229
Exercices	258

Chapitre V. ÉQUATIONS HYPERBOLIQUES	263
§ 1. Propriétés des solutions de l'équation des ondes. Problème de Cauchy pour l'équation des ondes	263
§ 2. Problèmes mixtes	280
§ 3. Solution généralisée du problème de Cauchy	323
Exercices	333
Chapitre VI. ÉQUATIONS PARABOLIQUES	337
§ 1. Propriétés des solutions de l'équation de la chaleur. Problème de Cauchy pour l'équation de la chaleur	337
§ 2. Problèmes mixtes	356
Exercices	382
Index	385