

Les systèmes différentiels extérieurs et leurs applications géométriques

ÉLIE CARTAN

HERMANN

M38

ÉLIE CARTAN

Les systèmes différentiels extérieurs et leurs applications géométriques

M. 38

1259/2



HERMANN

Éditeurs des sciences et des arts, 156, boulevard Saint-Germain, Paris VI

M38

ÉLIE CARTAN

Les systèmes différentiels extérieurs et leurs applications géométriques

M.38

1259/2



HERMANN

Éditeurs des sciences et des arts, 156, boulevard Saint-Germain, Paris VI

TABLE

PRÉFACE	5
---------------	---

PREMIÈRE PARTIE

La théorie des systèmes différentiels extérieurs

CHAPITRE PREMIER

Formes extérieures

I. Formes bilinéaires symétriques et alternées. Formes quadratiques algébriques et extérieures	7
II. Formes extérieures de degré quelconque	14
III. Systèmes d'équations extérieures	20
IV. Systèmes d'équations extérieures algébriquement équivalents....	26
V. Système associé d'un système d'équations extérieures	28

CHAPITRE II

Formes différentielles extérieures

I. Définition. Différentiation extérieure	33
II. La différentiation extérieure et la formule de Stokes généralisée..	38

CHAPITRE III

Les systèmes différentiels extérieurs. Système caractéristique

I. Généralités. Systèmes complètement intégrables	45
II. Systèmes différentiels fermés. Système caractéristique	50
III. Applications au problème de Pfaff	56

CHAPITRE IV

Eléments intégraux, caractères, genre. Théorèmes d'existence

I. Éléments intégraux d'un système différentiel	61
II. Deux théorèmes d'existence	67
III. Solution générale et solutions singulières. Caractéristiques	78

TABLE

PRÉFACE	5
---------------	---

PREMIÈRE PARTIE

La théorie des systèmes différentiels extérieurs

CHAPITRE PREMIER

Formes extérieures

I. Formes bilinéaires symétriques et alternées. Formes quadratiques algébriques et extérieures	7
II. Formes extérieures de degré quelconque	14
III. Systèmes d'équations extérieures	20
IV. Systèmes d'équations extérieures algébriquement équivalents....	26
V. Système associé d'un système d'équations extérieures	28

CHAPITRE II

Formes différentielles extérieures

I. Définition. Différentiation extérieure	33
II. La différentiation extérieure et la formule de Stokes généralisée..	38

CHAPITRE III

Les systèmes différentiels extérieurs. Système caractéristique

I. Généralités. Systèmes complètement intégrables	45
II. Systèmes différentiels fermés. Système caractéristique	50
III. Applications au problème de Pfaff	56

CHAPITRE IV

Eléments intégraux, caractères, genre. Théorèmes d'existence

I. Éléments intégraux d'un système différentiel	61
II. Deux théorèmes d'existence	67
III. Solution générale et solutions singulières. Caractéristiques	78

CHAPITRE V

Systèmes différentiels en involution à variables indépendantes imposées

I. Généralités. Systèmes en involution	88
II. Caractères réduits	90
III. Critère nécessaire et suffisant d'involution	91
IV. Un critère suffisant d'involution	96
V. Cas de deux variables indépendantes	98
VI. Systèmes en involution dont la solution générale ne dépend que d'une fonction arbitraire d'une variable	103
VII. Un théorème de J. A. Schouten et van der Kulk	107

CHAPITRE VI

Prolongements d'un système différentiel

I. Un problème fondamental	112
II. Prolongements d'un système différentiel	114
III. Cas de deux variables indépendantes	116

DEUXIÈME PARTIE

Applications à la Géométrie différentielle

CHAPITRE VII

Systèmes différentiels de la théorie des surfaces

I. Rappel des principes de la théorie du trièdre mobile	121
II. Les théorèmes fondamentaux de la théorie des surfaces	123
<i>Problème I.</i> — Surfaces dont tous les points sont des ombilics ..	128
<i>Problème II.</i> — Établir entre deux surfaces données une corres- pondance ponctuelle conforme	130
<i>Problème III.</i> — Surfaces de Weingarten	133
<i>Problème IV.</i> — Surfaces isothermiques	138
<i>Problème V.</i> — Couples de surfaces isométriques	141
<i>Problème VI.</i> — Couples de surfaces isométriques avec conserva- tion d'une famille de lignes asymptotiques	144
<i>Problème VII.</i> — Couples de surfaces isométriques avec conserva- tion des lignes de courbure	147
<i>Problème VIII.</i> — Couples de surfaces isométriques avec conserva- tion des courbures principales	154
<i>Problème IX.</i> — Couples de surfaces en correspondance ponctuelle conservant les lignes de courbure et les courbures principales ..	156

<i>Problème X.</i> — Couples de surfaces en correspondance ponctuelle avec conservation de la torsion géodésique des courbes.....	163
<i>Problème XI.</i> — Surfaces ayant la même troisième forme fondamentale qu'une surface donnée	167
<i>Problème XII.</i> — Couples de surfaces en représentation conforme avec conservation des lignes asymptotiques	171
<i>Problème XIII.</i> — Couples de surfaces en correspondance ponctuelle conservant les lignes de courbure et la seconde forme fondamentale	175
<i>Problème XIV.</i> — Surfaces \bar{S} en correspondance ponctuelle avec une surface donnée S de manière que les lignes de courbure de chaque surface correspondent aux asymptotiques de l'autre ..	177
<i>Problème XV.</i> — Couples de surfaces convexes en correspondance ponctuelle telle que les lignes asymptotiques de l'une correspondent aux lignes minima de l'autre.....	182

CHAPITRE VIII

Problèmes géométriques à plus de deux variables indépendantes

I. Systèmes triples orthogonaux	187
II. Systèmes triples à angles constants	190
III. Systèmes p -uples orthogonaux de l'espace à p dimensions	193
IV. Réalisation d'un espace riemannien à trois dimensions par une variété d'un espace euclidien	199
BIBLIOGRAPHIE	211