

cahiers scientifiques

FASCICULE XLI

PUBLIÉS SOUS LA DIRECTION DE GASTON JULIA

# éléments d'analyse

## 8

J. DIEUDONNÉ

membre de l'Institut

gauthier-villars

CENTRE UNIVERSITAIRE DE TIZI-OUZOU  
BIBLIOTHÈQUE  
NUMÉRO  
D'INVENTAIRE

M34/T8

N° DE COTE

CAHIERS SCIENTIFIQUES

PUBLIÉS SOUS LA DIRECTION DE M. GASTON JULIA

FASCICULE XLI

ÉLÉMENTS D'ANALYSE

Tome VIII

Faculté des Sciences  
BIBLIOTHÈQUE  
N° d'inventaire: A48/M

Chapitre XXIII

N° de Cote:

Deuxième partie

J. DIEUDONNÉ

Membre de l'Institut

CENTRE UNIVERSITAIRE  
DE TIZI-OUZOU  
BIBLIOTHÈQUE UNIVERSITAIRE

**gauthier-villars**

# TABLE DES MATIÈRES

Plan de l'ouvrage. . . . .	VII
Notations . . . . .	XI

## CHAPITRE XXIII

### *Équations fonctionnelles linéaires*

#### Deuxième partie

#### *Problèmes aux limites*

39. La théorie de Weyl-Kodaira : I. Opérateurs différentiels elliptiques dans un intervalle de $\mathbf{R}$ . . . . .	4
40. La théorie de Weyl-Kodaira : II. Conditions aux limites . . . . .	13
41. La théorie de Weyl-Kodaira : III. Opérateurs autoadjoints associés à une équation différentielle linéaire. . . . .	19
42. La théorie de Weyl-Kodaira : IV. Fonction de Green et spectre . . . . .	24
43. La théorie de Weyl-Kodaira : V. Le cas des équations du second ordre. . . . .	35
44. La théorie de Weyl-Kodaira : VI. Exemple : équations du second ordre à coefficients périodiques . . . . .	42
45. La théorie de Weyl-Kodaira : VII. Exemple : équations de Gelfand-Levitan. . . . .	47
46. Potentiels de multicouches : I. Symboles de type rationnel . . . . .	65
47. Potentiels de multicouches : II. Cas des multicouches hyperplanes . . . . .	72
48. Potentiels de multicouches : III. Cas général . . . . .	77
49. Problèmes aux limites fins pour les opérateurs différentiels elliptiques : I. L'opérateur de Calderon . . . . .	86
50. Problèmes aux limites fins pour les opérateurs différentiels elliptiques : II. Problèmes aux limites elliptiques. . . . .	92
51. Problèmes aux limites fins pour les opérateurs différentiels elliptiques : III. Critères d'ellipticité . . . . .	97
52. Problèmes aux limites fins pour les opérateurs différentiels elliptiques : IV. Les espaces $H^{s,r}(U_+)$ . . . . .	103
53. Problèmes aux limites fins pour les opérateurs différentiels elliptiques : V. Espaces $H^{s,r}$ et $P$ -potentiels . . . . .	119
54. Problèmes aux limites fins pour les opérateurs différentiels elliptiques : VI. La régularité à la frontière . . . . .	124
55. Problèmes aux limites fins pour les opérateurs différentiels elliptiques : VII. Problèmes coercitifs . . . . .	134
56. Problèmes aux limites fins pour les opérateurs différentiels elliptiques : VIII. Formules de Green généralisées . . . . .	141
57. Problèmes aux limites fins pour les opérateurs différentiels elliptiques : IX. Problèmes fins associés aux problèmes coercitifs . . . . .	146

58. Problèmes aux limites fins pour les opérateurs différentiels elliptiques :  
 X. Exemples . . . . . 149

59. Problèmes aux limites fins pour les opérateurs différentiels elliptiques :  
 XI. Extension à certains opérateurs non hermitiens . . . . . 154

60. Problèmes aux limites fins pour les opérateurs différentiels elliptiques :  
 XII. Cas des opérateurs du second ordre; problème de Neumann . . . . . 160

61. Problèmes aux limites fins pour les opérateurs différentiels elliptiques :  
 XIII. Le principe du maximum . . . . . 168

62. Équations paraboliques : I. Construction d'une résolvante unilatérale locale. 182

63. Équations paraboliques : II. Le problème de Cauchy global unilatéral . . . 199

64. Équations paraboliques : III. Traces et valeurs propres. . . . . 212

65. Distributions évolutives. . . . . 219

66. L'équation des ondes : I. Le problème de Cauchy généralisé . . . . . 226

67. L'équation des ondes : II. Propagation et domaine d'influence. . . . . 234

68. L'équation des ondes : III. Signaux, ondes et rayons . . . . . 237

69. Équations strictement hyperboliques : I. Résultats préliminaires . . . . . 247

70. Équations strictement hyperboliques : II. Construction d'une résolvante  
 approchée locale. . . . . 262

71. Équations strictement hyperboliques : III. Exemples et variantes . . . . . 281

72. Équations strictement hyperboliques : IV. Le problème de Cauchy pour les  
 opérateurs différentiels strictement hyperboliques; existence et unicité locales. 288

73. Équations strictement hyperboliques : V. Problèmes globaux . . . . . 298

74. Équations strictement hyperboliques : VI. Extension aux variétés. . . . . 306

75. Application au spectre d'un opérateur elliptique hermitien. . . . . 311

Dans ce tome VIII, seconde partie du chapitre XXIII, le lecteur ne doit pas s'attendre à trouver l'exposé des questions qui sont au centre des très actives recherches actuelles sur les équations linéaires aux dérivées partielles, telles que le problème d'existence locale des solutions ou l'étude de l'allure globale des solutions sur une variété différentielle quelconque en fonction de l'allure des bicaractéristiques, et cela pour des types d'équations aussi généraux que possible. Le but poursuivi est beaucoup plus terre à terre : pour les équations paraboliques ou strictement hyperboliques, on n'a envisagé que le problème de Cauchy local, ou le cas où les données de Cauchy sont portées par une variété compacte sans bord ; et pour les équations elliptiques, hormis le cas particulier des équations différentielles ordinaires, on ne s'est guère occupé que du problème de Dirichlet dans un ouvert borné de  $\mathbb{R}^n$  et des problèmes aux limites de même type. Par contre, dans ce domaine volontairement restreint, l'auteur n'a accordé aucune place privilégiée aux équations à coefficients constants ni aux équations du second ordre (à l'exception d'une section sur le principe du maximum). Il a surtout voulu montrer comment l'usage systématique des opérateurs de Lax-Maslov et des opérateurs pseudo-différentiels, conjugué, dans le cas des équations elliptiques, avec la théorie spectrale des opérateurs dans les espaces hilbertiens, conduit à des méthodes de solution beaucoup plus naturelles et explicites que les méthodes basées sur les "inégalités a priori", et donne directement (lorsque toutes les données sont indéfiniment différentiables) de vraies solutions indéfiniment différentiables, et non des solutions "faibles" inutilisables dans les applications.

