

J.M. Monier

mathématiques supérieures

Analyse

Tome 1

**800 exercices résolus
et 18 sujets d'étude**

*Classes préparatoires
1^{er} cycle universitaire*

Dunod Université

M 260/T1



Analyse

Tome 1

800 exercices résolus et 18 sujets d'étude

N° d'entrée :

N° de vente : **A1125**

Jean-Marie Monier

Professeur en classe de Mathématiques Spéciales
au lycée La Martinière - Monplaisir à Lyon

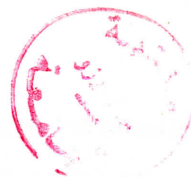
Préface
Hermin Durand

~~M 260/T1.6^e~~

~~M 260/T1.6^e~~

DUNOD

TABLE DES MATIERES



Préface
Avant-propos

| | | | Enoncés page | Solutions page |
|--------------------------------|--------|--|-----------------|-------------------|
| Chapitre 1 - NOMBRES RÉELS | | | 1 | 149 |
| Exercices | 1-1 | Calculs dans le corps ordonné \mathbb{R} | 1 | 149 |
| | 1-2 | Radicaux | 2 | 150 |
| | 1-3 | Inégalités | 2 | 150 |
| | 1-4 | Partie entière | 6 | 154 |
| | 1-5 | Nombres irrationnels | 7 | 155 |
| | 1-6 | Borne supérieure, borne inférieure ✗ | 7 | 155 |
| | 1-7 | Parties denses | 8 | 156 |
| | 1-8 | Divers | 8 | 157 |
| Sujets d'Etude | SE 1-1 | Construction de \mathbb{R} par les suites de Cauchy | 9 | 157 |
| | SE 1-2 | Bornes de AB | 12 | 159 |
| | SE 1-3 | Sous-groupes additifs de \mathbb{R} | 12 | 159 |
| Chapitre 2 - NOMBRES COMPLEXES | | | 15 | 160 |
| Exercices | 2-1 | Calculs dans le corps \mathbb{C} | 15 | 160 |
| | 2-2 | Inégalités | 19 | 165 |
| | 2-3 | Racines de l'unité | 21 | 167 |
| | 2-4 | Interprétation géométrique | 23 | 169 |
| Sujets d'Etude | SE 2-1 | Une construction de \mathbb{C} | 25 | 171 |
| | SE 2-2 | Un groupe d'homographies | 26 | 171 |
| | SE 2-3 | Minimum de $MA + MB + MC$ | 27 | 172 |
| | SE 2-4 | Entiers de Gauss | 27 | 172 |
| Chapitre 3 - SUITES NUMÉRIQUES | | | 31 | 174 |
| Exercices | 3-1 | Exemples de calculs de limites de suites ✗ | 31 | 174 |
| | 3-2 | Convergence, divergence ✗ | 32 | 175 |
| | 3-3 | Suites de Cauchy | 38 | 180 |
| | 3-4 | Suites extraites ✗ | 39 | 181 |
| | 3-5 | Suites monotones ✗ | 40 | 182 |
| | 3-6 | Suites adjacentes ✗ | 42 | 185 |
| | 3-7 | Suites définies par une relation de récurrence | 44 | 185 |
| | 3-8 | Suites récurrentes simultanées ✗ | 46 | 188 |
| | 3-9 | Moyenne de Césaro | 47 | 189 |
| Sujets d'Etude | SE 3-1 | Racines itérées | 50 | 192 |
| | SE 3-2 | Suites $u_{n+1} = f(u_n)$ telles que $u_{n+1} - u_n \rightarrow 0$ $n \rightarrow \infty$ ✗ | 51 | 193 |

| | | | |
|--|--|-----|-----|
| Chapitre 4 - FONCTIONS RÉELLES D'UNE VARIABLE RÉELLE | | 53 | 194 |
| Exercices | 4-1 Généralités | 53 | 194 |
| | 4-2 Monotonie | 55 | 196 |
| | 4-3 Notion de limite | 56 | 197 |
| | 4-4 Continuité | 58 | 199 |
| | 4-5 Continuité sur un intervalle | 62 | 203 |
| | 4-6 Continuité uniforme | 66 | 206 |
| | 4-7 Application réciproque | 68 | 210 |
| Sujets d'Etude | SE 4-1 Division dans l'anneau $C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ | 69 | 211 |
| | SE 4-2 Endomorphismes du pseudo-anneau $C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ | 70 | 211 |
| | SE 4-3 Idéaux de $C(X)$ | 71 | 211 |
| Chapitre 5 - DÉRIVATION | | 73 | 213 |
| Exercices | 5-1 Généralités | 73 | 213 |
| | † 5-2 Théorème de Rolle et théorème des accroissements finis | 78 | 217 |
| | 5-3 Théorèmes de Taylor | 83 | 223 |
| | 5-4 Variations des fonctions, extremums | 88 | 228 |
| | 5-5 Inégalités | 92 | 235 |
| | 5-6 Convexité | 95 | 238 |
| Sujets d'Etude | SE 5-1 Fonctions absolument monotones | 98 | 241 |
| | SE 5-2 Division dans C^n | 99 | 242 |
| | SE 5-3 Fonction polaire d'une fonction convexe | 99 | 243 |
| Chapitre 6 - INTÉGRATION | | 101 | 244 |
| Exercices | 6-1 Généralités | 101 | 244 |
| | 6-2 Théorèmes de majoration | 102 | 246 |
| | 6-3 Sommes de Riemann | 107 | 251 |
| | 6-4 Calculs d'intégrales simples | 110 | 257 |
| | 6-5 Limites d'intégrales | 111 | 258 |
| | 6-6 Primitives | 115 | 265 |
| Sujets d'Etude | SE 6-1 Une inégalité complémentaire de l'inégalité de Cauchy-Schwarz | 119 | 270 |
| | SE 6-2 Equirépartition | 119 | 271 |
| Chapitre 7 - FONCTIONS USUELLES | | 121 | 272 |
| Exercices | 7-1 Fonctions circulaires réciproques | 121 | 272 |
| | 7-2 Exponentielle et logarithme | 122 | 274 |
| | 7-3 Fonctions hyperboliques directes | 124 | 275 |
| | 7-4 Fonctions hyperboliques réciproques | 126 | 277 |
| Sujet d'Etude | SE 7-1 Inégalité $\sum_{k=0}^n \frac{n^k}{k!} > \frac{e^n}{2}$ | 127 | 278 |

| | | | |
|---|--|-----|-----|
| Chapitre 8 - COMPARAISON LOCALE DES FONCTIONS | | 129 | 279 |
| Exercices | 8-1 Limites, fonctions équivalentes | 129 | 279 |
| | 8-2 Développements limités | 132 | 281 |
| | 8-3 Développements asymptotiques | 136 | 284 |
| Chapitre 9 - CALCULS DE PRIMITIVES | | 141 | 288 |
| Exercices | 9-1 Primitives de fractions rationnelles | 141 | 288 |
| | 9-2 Intégration par parties | 142 | 290 |
| | 9-3 Changement de variable | 142 | 291 |
| | 9-4 Intégrales abéliennes | 145 | 300 |
| | 9-5 Divers | 145 | 303 |

J.M. Monier

Analyse - Tome 1

800 exercices résolus et 18 sujets d'étude

Ce recueil d'exercices et de sujets d'étude, avec leurs solutions, porte sur les nombres réels, les nombres complexes, les suites, les fonctions, la dérivation et l'intégration. Il couvre ainsi la plus grande partie du programme d'analyse de 1^{re} année d'enseignement supérieur mathématique.

La première partie comporte *les énoncés*, dont la difficulté est graduée, ainsi que les sujets d'étude. Ces derniers ne sont pas des problèmes de concours mais des "ouvertures" qui viennent éclairer et compléter le cours magistral.

La deuxième partie donne *les indications de résolution* ainsi que toutes les réponses aux questions posées. Les indications sont plus ou moins développées suivant la difficulté de l'exercice. Ce ne sont pas des corrigés mais plutôt des jalons destinés à guider le lecteur vers la bonne réponse et à lui rendre familiers les mécanismes mathématiques tout en restant dans les limites des programmes.

Jean-Marie Monier est professeur en classe de mathématiques spéciales au lycée La Martinière - Monplaisir à Lyon.

Déjà parus :

ANALYSE - Tome 1 (mathématiques supérieures)

ANALYSE - Tome 2 (mathématiques supérieures et mathématiques spéciales)

ALGÈBRE - Tome 1 (algèbre générale)

ALGÈBRE - Tome 2 (algèbre linéaire)

GEOMETRIE (mathématiques supérieures et mathématiques spéciales)



9 782040 188597

Code 018859
ISBN 2 04 018859 2



DUNOD
E D I T E U R