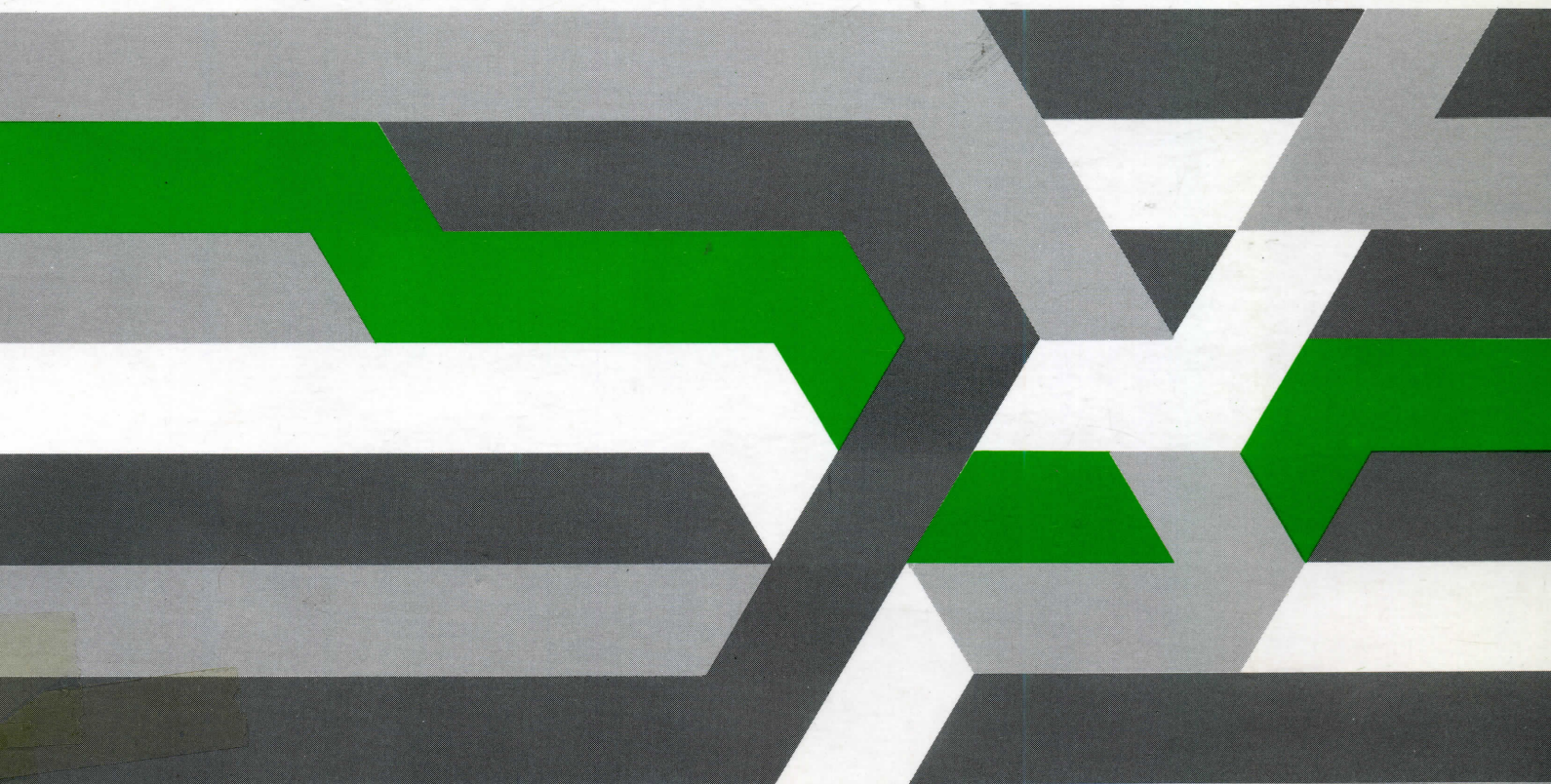


outils et modèles mathématiques


TOME IV

équations et systèmes différentiels

P.Florent G.Lauton M.Lauton



 **VUIBERT**

 les presses de l'université du québec

outils et modèles mathématiques. TOME IV

A L'USAGE DES ÉTUDIANTS DES PREMIERS CYCLES TECHNOLOGIQUES

ET DES ÉCOLES D'INGÉNIEURS

Pierre FLORENT

*Docteur ès Sciences
Maître de Conférences au centre uni-
versitaire de Valenciennes
Professeur visiteur au département de
Génie mécanique de l'Université de
Laval (Québec).*

Michelle LAUTON

*Assistante au centre universitaire de
Valenciennes.*

Gérard LAUTON

*Ingénieur E.C.L.
Maître-assistant au centre universitaire
de Valenciennes.*

équations
et
systèmes
différentiels



1978

4869 $\frac{1}{2}$

LIBRAIRIE VUIBERT
63, boulevard Saint-Germain
75005 PARIS France



LES PRESSES DE L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC
C.P. 250, Succursale N, Montréal, H2X 3M4 Canada

Table des matières

CHAPITRE 0. — Les équations et les systèmes différentiels de la Mécanique et de la Physique	1
0.1. Introduction	1
0.2. Dynamique des « particules »	2
0.3. Les systèmes mécaniques vibrants à un degré de liberté	5
0.4. Les systèmes vibrants à deux degrés de liberté, la notion de couplage	7
0.5. Les systèmes vibrants à n degrés de liberté	10
0.6. Les circuits électriques et les analogues mécaniques	12
0.7. Modèle de la croissance économique	15
0.8. Conclusion	16
CHAPITRE 1. — Les équations différentielles du premier ordre	19
1.0. Introduction	19
1.1. Définition	19
1.2. Solution ou intégrale d'une équation différentielle	20
1.3. Formation d'une équation différentielle du premier ordre	21
1.4. Interprétation géométrique d'une équation différentielle du premier ordre	23
1.5. Conditions initiales	25
1.6. Existence, unicité de la solution satisfaisant à des conditions initiales	26
1.7. Classification des équations différentielles du premier ordre	29
1.8. Équations différentielles du premier ordre à variables séparables	29
1.9. Équations homogènes	34
1.10. Équations linéaires	37
1.11. Équations de Bernoulli	44
1.12. Équations de Ricatti	45
1.13. Équations de Lagrange	46
1.14. Résolution numérique d'une équation différentielle du premier ordre	47
1.15. Exercices supplémentaires	55

CHAPITRE 2. — Équations différentielles du second ordre	57
2.0. Les équations différentielles du second ordre linéaires	57
2.1. Définition	57
2.2. Solution ou intégrale de 2.1.1.	58
2.3. Formation d'une équation différentielle du second ordre	59
2.4. Résolution d'un problème de valeurs initiales	60
2.5. Existence, unicité et continuité d'un problème de valeurs initiales . . .	60
2.6. Solutions d'équations différentielles du second ordre se ramenant au premier ordre	63
2.7. Généralités sur les équations différentielles linéaires	67
2.8. Équations linéaires du second ordre	67
2.9. Équations du second ordre à coefficients constants (cas homogène) ..	75
2.10. Équations linéaires à coefficients constants (cas non homogène)	79
2.11. Applications des équations différentielles du second ordre à coefficients constants	87
2.12. Résolution numérique d'une équation différentielle du second ordre .	96
2.13. Autre méthode de résolution numérique	101
2.14. Exercices supplémentaires	103
CHAPITRE 3. — Systèmes différentiels linéaires. Équations différentielles linéaires d'ordre supérieur à deux	105
3.0. Introduction	105
3.1. Systèmes différentiels ne comportant que des dérivées premières	108
3.2. Les systèmes différentiels linéaires	113
3.3. Matrice solution d'un système homogène	119
3.4. Solution générale d'un système différentiel linéaire	124
3.5. Équations et systèmes linéaires à coefficients constants	131
3.6. Applications aux systèmes vibratoires	146
3.7. Résolution numérique des systèmes par la méthode de Runge-Kutta .	149
CHAPITRE 4. — La transformation de Laplace	153
4.0. Introduction	153
4.1. La transformation de Laplace directe et inverse	153
4.2. La transformation de Laplace des dérivées et des intégrales	159
4.3. Transformée des fonctions périodiques	164
4.4. Applications aux équations différentielles et aux systèmes différen- tiels linéaires à coefficients constants	166
4.5. Systèmes entrées-sorties	170
4.6. Réponses caractéristiques d'un système linéaire	172

ANNEXE. — Solutions des équations différentielles sous forme de séries	175
0. Introduction	175
1. Exposé de la méthode	175
2. Exercices supplémentaires.....	180
Solutions des exercices	181
Index	196
Bibliographie	197