

1^{er} cycle : DEUG - IUT - Classes préparatoires -
Écoles d'ingénieurs - Formation permanente

MATHÉMATIQUES PRATIQUES ÉLÉMENTAIRES

Fonctions de plusieurs variables

364 EXERCICES CORRIGÉS

G. HIRSCH
G. EGUETHER

24

$$\iint_D (2x + y)^2 dx dy + \int_C (x^2 + y^2 - xz) dz = \int_V (x^2 + y^2 - xz) dx dy dz$$

M 257

COLLECTION « COMPRENDRE ET APPLIQUER »
MATHÉMATIQUES PRATIQUES ÉLÉMENTAIRES
Coordonnateur : G. Germain

— 24 —

FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES

364 exercices corrigés

Gérard HIRSCH
Docteur ès sciences

Gérard EGUETHER
Docteur de spécialité

Université de Nancy I



4958 $\frac{1}{1}$

MASSON
Paris Milan Barcelone
1994

TABLE DES MATIÈRES

AVANT PROPOS	VII
PRÉLIMINAIRES	IX
CHAPITRE 1 - Éléments de topologie	1
1.1. Norme sur un espace vectoriel	1
1.2. Vocabulaire de la topologie dans un espace vectoriel	5
CHAPITRE 2 - Limite - Continuité	10
2.1. Fonctions à valeurs réelles	10
2.2. Fonctions à valeurs vectorielles	16
CHAPITRE 3 - Différentiabilité	19
3.1. Définition de la différentielle	19
3.2. Fonctions à valeurs réelles	20
3.3. Fonctions à valeurs vectorielles	28
3.4. Fonctions de classe C^k	31
3.5. Opérateurs différentiels usuels	34
CHAPITRE 4 - Changement de variables	36
4.1. Difféomorphisme	36
4.2. Changements de variables usuels	37
4.3. Changement de variables dans les dérivées d'ordre supérieur	39
4.4. Expression du laplacien dans un changement de variables	40
4.5. Théorème d'inversion locale	41
CHAPITRE 5 - Extrema	44
5.1. Formule de Taylor	44
5.2. Formes quadratiques sur \mathbb{R}^p	46
5.3. Extrema d'une fonction	49
CHAPITRE 6 - Théorème des fonctions implicites	60
6.1. Exemple préliminaire	60
6.2. Théorème des fonctions implicites pour des fonctions numériques	60
6.3. Étude dans le plan	62
6.4. Surfaces	65

CHAPITRE 7 - Étude géométrique des courbes du plan et de l'espace	73
7.1. Définition d'une courbe paramétrée de \mathbb{R}^p	73
7.2. Longueur d'un arc de courbe	73
7.3. Paramétrage intrinsèque	74
7.4. Centre de courbure	74
7.5. Torsion d'une courbe dans l'espace	76
7.6. Calcul de la courbure et de la torsion	77
CHAPITRE 8 - Intégrales multiples	91
8.1. Intégrales doubles	91
8.2. Intégrales triples	104
CHAPITRE 9 - Intégrales curvilignes et intégrales de surface	111
9.1. Intégrale d'une fonction continue le long d'un chemin	111
9.2. Intégrale d'une fonction continue sur une surface de \mathbb{R}^3	113
CHAPITRE 10 - Formes différentielles	119
10.1. Définition des formes différentielles	119
10.2. Opérations sur les formes différentielles	119
10.3. Formes fermées, formes exactes	122
CHAPITRE 11 - Intégration des formes différentielles	126
11.1. Intégrale d'une forme de degré p sur \mathbb{R}^p	126
11.2. Intégrale d'une forme de degré 1	126
11.3. Intégrale d'une forme de degré 2 dans \mathbb{R}^3	127
11.4. Formule de Stokes	131
11.5. Application de la formule de Stokes au calcul d'aires planes	135
Index	141

G. HIRSCH
G. EGUETHER

Fonctions de plusieurs variables

364 EXERCICES CORRIGÉS

Cet ouvrage est consacré aux fonctions de plusieurs variables réelles. Les premiers chapitres présentent les définitions rigoureuses de ces fonctions et des problèmes qu'elles posent. Les chapitres suivants décrivent les techniques de calcul liées à l'intégration des fonctions de plusieurs variables et des formes différentielles.

Ce cours suppose acquise la connaissance de la continuité, la dérivabilité, l'intégration, les équations différentielles à une variable, ainsi que les bases de l'algèbre linéaire : applications linéaires, matrices, déterminants. Enfin, de bonnes connaissances géométriques sont utiles pour les problèmes dans le plan et dans l'espace.

De nombreux exemples et exercices corrigés, de difficulté croissante, permettront l'assimilation des techniques de calcul décrites au début de chaque chapitre.

Gérard HIRSCH et Gérard EGUETHER enseignent à l'université de Nancy I.



9 782225 845819

ISBN : 2-225-84581-6