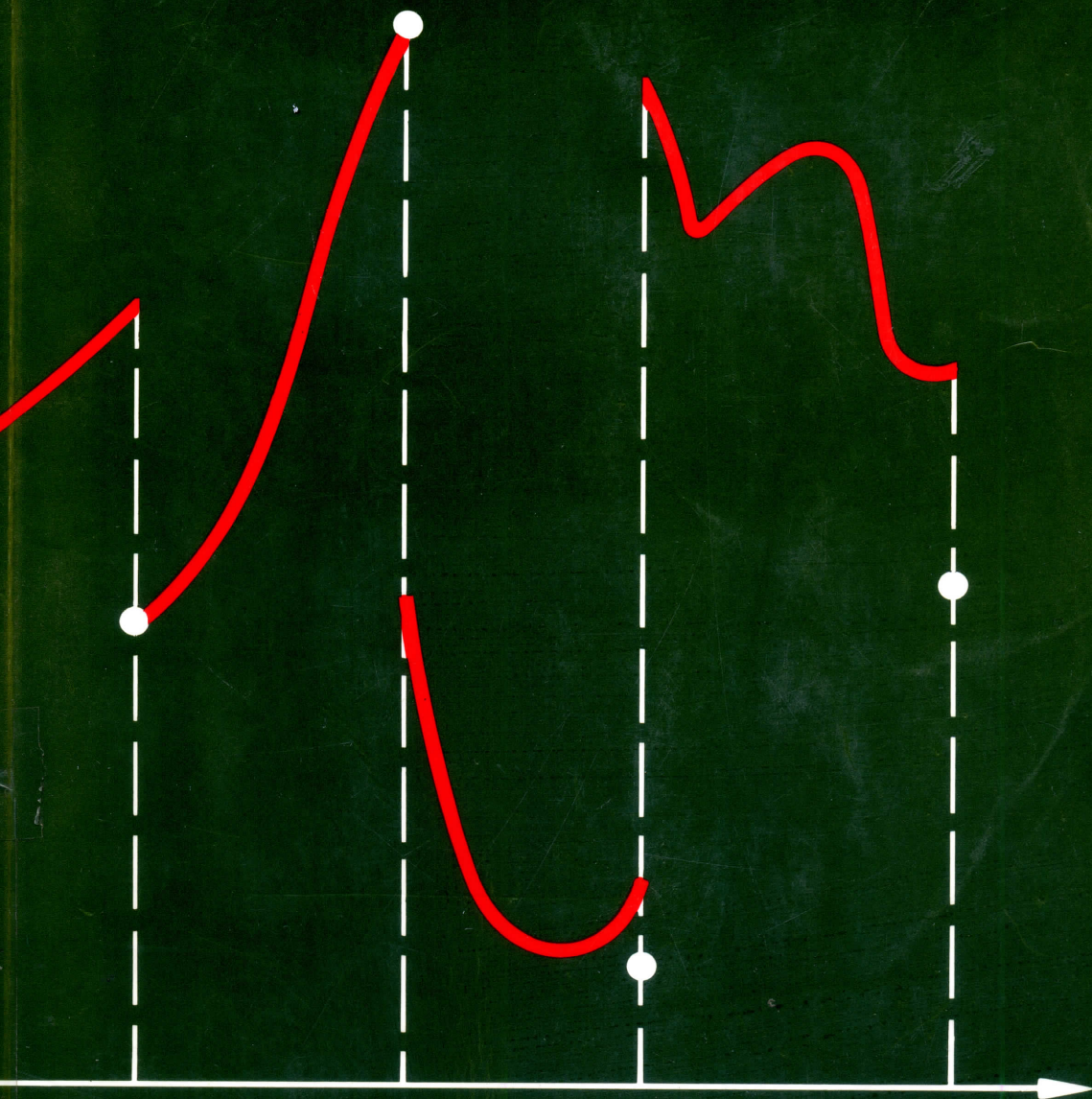


Calcul différentiel et intégral

1 Fonctions réelles d'une variable réelle

Jacques Douchet et Bruno Zwahlen

Deuxième édition



M 253 / 12 M253/T1

Calcul différentiel et intégral

1 Fonctions réelles d'une variable réelle

Jacques Douchet et Bruno Zwahlen

Deuxième édition

17545 1/2



Presses polytechniques et universitaires romandes

Table des matières

Introduction	v
1. Corps des nombres réels	
1.1 AXIOMES DES NOMBRES RÉELS	1
1.2 BORNE SUPÉRIEURE ET BORNE INFÉRIEURE D'UN SOUS-ENSEMBLE DE \mathbb{R}	3
1.3 \mathbb{Q} EST DENSE DANS \mathbb{R}	5
1.4 VALEUR ABSOLUE D'UN NOMBRE RÉEL	8
1.5 DROITE NUMÉRIQUE ACHEVÉE	9
1.6 EXERCICES	10
2. Suites de nombres réels	
2.1 DÉFINITIONS	11
2.2 RAISONNEMENT PAR RÉCURRENCE	12
2.3 LIMITE D'UNE SUITE	14
2.4 SUITES MONOTONES	24
2.5 LIMITE SUPÉRIEURE ET LIMITE INFÉRIEURE D'UNE SUITE BORNÉE	28
2.6 SOUS-SUITES	29
2.7 SUITES DE CAUCHY	31
2.8 EXERCICES	33
3. Séries numériques	
3.1 GÉNÉRALITÉS	37
3.2 QUELQUES CRITÈRES DE CONVERGENCE	38
3.3 EXERCICES	42
4. Fonctions réelles d'une variable réelle	
4.1 DÉFINITIONS	45
4.2 LIMITE D'UNE FONCTION	52
4.3 FONCTIONS CONTINUES	62
4.4 SUITES DE FONCTIONS	75
4.5 EXERCICES	81
5. Calcul différentiel	
5.1 FONCTIONS DIFFÉRENTIABLES D'UNE VARIABLE RÉELLE	87

5.2	THÉORÈME DE ROLLE ET THÉORÈME DES ACCROISSEMENTS FINIS	95
5.3	RÈGLE DE BERNOULLI-L'HOSPITAL	102
5.4	DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS ET FORMULE DE TAYLOR	106
5.5	FONCTIONS CONVEXES	117
5.6	ÉTUDE DES FONCTIONS	122
5.7	EXERCICES	125
6.	Fonction exponentielle et fonction logarithme	
6.1	FONCTION EXPONENTIELLE	129
6.2	FONCTION LOGARITHME	132
6.3	FONCTION EXPONENTIELLE DE BASE $a > 0$	134
6.4	FONCTION PUISSANCE	136
6.5	FONCTIONS HYPERBOLIQUES	140
6.6	FONCTIONS HYPERBOLIQUES RÉCIPROQUES	143
6.7	EXERCICES	147
7.	Calcul intégral	
7.1	INTÉGRALE D'UNE FONCTION CONTINUE ET SES PROPRIÉTÉS	151
7.2	APPLICATIONS GÉOMÉTRIQUES DE L'INTÉGRALE	166
7.3	INTÉGRATION DES FONCTIONS RATIONNELLES ET SES APPLICATIONS	174
7.4	INTÉGRALE D'UNE FONCTION CONTINUE PAR MORCEAUX ET SES PROPRIÉTÉS	183
7.5	EXERCICES	187
8.	Intégrales généralisées	
8.1	CONVERGENCE DES INTÉGRALES GÉNÉRALISÉES DÉFINIES SUR UN INTERVALLE BORNÉ	191
8.2	CONVERGENCE DES INTÉGRALES GÉNÉRALISÉES DÉFINIES SUR UN INTERVALLE NON BORNÉ	203
8.3	EXERCICES	211
9.	Equations différentielles	
9.1	ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES À VARIABLES SÉPARÉES	215
9.2	ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES DU PREMIER ORDRE	220
9.3	ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES DU SECOND ORDRE	223
9.4	ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES DU SECOND ORDRE À COEFFICIENTS CONSTANTS	228
9.5	EXERCICES	229