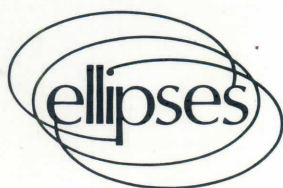


Jacques PICHON

Cours et conseils de travail
Exercices et problèmes corrigés

DÉRIVABILITÉ
ET CALCUL
APPROCHÉ
DES FONCTIONS
DE \mathbb{R} VERS \mathbb{R}

Π_2



M 251

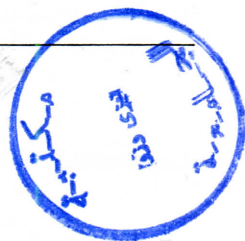
Mathématiques supérieures et première année universitaire
Cours et conseils de travail; exercices et problèmes corrigés

Jacques PICHON

Agrégé de mathématiques
Ancien élève de l'École Normale Supérieure de Saint-Cloud

Professeur en classe de Mathématiques Supérieures
au Lycée Saint-Louis (Paris)

Π_2



DÉRIVABILITÉ
ET CALCUL
APPROCHÉ
DES FONCTIONS
DE \mathbb{R} VERS \mathbb{R}

46 44 $\frac{1}{1}$

Dérivabilité des fonctions de \mathbb{R} vers \mathbb{R}
Classes de fonctions
Propriétés des fonctions dérivables
Formules de Taylor



EDITEUR DES PREPARATIONS
GRANDES ECOLES - MEDECINE

SOMMAIRE

I - DÉRIVABILITÉ	9 à 28
1 - INTRODUCTION	9
2 - FONCTION DÉRIVABLE EN UN POINT x_0	10
. x_0 est à l'intérieur de l'intervalle	
. x_0 est une borne de l'intervalle	
. x_0 est un point isolé	
3 - FONCTIONS DÉRIVABLES SUR UNE PARTIE DE \mathbb{R}	13
. Fonction dérivable sur une réunion d'intervalles ouverts	
4 - MÉTHODE PRATIQUE DE CALCUL DES DÉRIVÉES	14
. Opérations sur les fonctions dérivables	
. Règle de l'Hospital	
. Utilisation de la définition	
. Calcul de la dérivée à droite et à gauche	
5 - DÉRIVABILITÉ ET OPÉRATIONS SUR LES FONCTIONS	18
. Dérivabilité d'une fonction réciproque	
. Théorème d'existence locale de fonctions réciproques	
6 - QUELQUES EXEMPLES ET CONTRE-EXEMPLES	
(QUELQUES MONSTRES)	21
. Une fonction continue en aucun point	
. Une fonction continue en un seul point	
. Une fonction dérivable en un point mais continue sur aucun intervalle autour de ce point	
. Une fonction dérivable partout, à dérivée non continue en un point	
. Une fonction continue partout, jamais dérivable	
. Une fonction dont la dérivée en un point est strictement positive et qui n'est pas strictement croissante autour de ce point	
7 - DÉRIVÉES SUCCESSIVES	23
. Définition	
. Autre notation	
. Calcul de dérivées $n^{\text{ièmes}}$	
. Formule de Leibniz	

8 - CLASSES DE FONCTIONS	26
II - QUELQUES RÉSULTATS THÉORIQUES SUR LES FONCTIONS	29 à 40
1 - THÉORÈME DE ROLLE	29
2 - FORMULE DES ACCROISSEMENTS FINIS	29
3 - L'INÉGALITÉ DES ACCROISSEMENTS FINIS	32
4 - RÈGLE DE L'HOSPITAL	35
5 - UTILISATION DE LA FORMULE DES ACCROISSEMENTS FINIS	36
6 - QUELQUES GÉNÉRALISATIONS UTILES	37
. Théorème de Rolle	
. Quelques généralisations de la règle de l'Hospital	
$\frac{f'}{g'}$ tend vers l'infini	
x_0 est infini	
cas de $\frac{f}{g}$ quand $g \rightarrow \infty$	
III - LES FORMULES DE TAYLOR	41 à 54
1 - FORMULE DE TAYLOR POUR LES POLYNÔMES	41
2 - CAS GÉNÉRAL	42
. Formule de Taylor avec reste intégral	
. Majoration du reste	
3 - EXEMPLES D'UTILISATION	45
. Tables numériques	
. Table de logarithmes	
. e est irrationnel	
4 - FORMULE DE TAYLOR-LAGRANGE À L'ORDRE n	49
. Exemples d'utilisation	
5 - FORMULE DE TAYLOR-YOUNG	52
6 - COMPARAISON DES FORMULES DE TAYLOR-YOUNG ET TAYLOR-LAGRANGE	53

IV - 31 EXERCICES SUR LA DÉRIVATION ET LES FORMULES D'APPROXIMATION	55 à 59
V - TROUVER L'ERREUR (6 exercices)	61 - 62
VI - EXTRAIT D'UN PROBLÈME DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS VII	63
VII - PROBLÈME : ÉCOLE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS DE MARSEILLE - 1976	65 - 66
VIII - CORRIGÉS DES EXERCICES	67 à 95
IX - CORRIGÉ DES EXERCICES «TROUVER L'ERREUR»	97 - 98
X - CORRIGÉ DE L'EXTRAIT DU PROBLÈME DE L'UNIVERSITÉ PARIS VII	99 - 100
XI - SOLUTION DU PROBLÈME :ÉCOLE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS DE MARSEILLE - 1976	101 - 105
INDEX DÉTAILLÉ	107 - 111