

M 250

Mathématiques supérieures et première année universitaire
Cours et conseils de travail; exercices et problèmes corrigés

Jacques PICHON

Agrégé de mathématiques
Ancien élève de l'École Normale Supérieure de Saint-Cloud
Professeur en classe de Mathématiques Supérieures
au Lycée Saint-Louis (Paris)



INTÉGRALE DE RIEMANN INTÉGRALE GÉNÉRALISÉE

Fonctions en escalier. Fonctions intégrables
Calcul approché. Sommes de Riemann
Intégrale indéfinie
Calcul d'intégrales. Limites d'intégrales
Convergence et calcul d'une intégrale généralisée



4796 $\frac{1}{2}$



EDITEUR DES PREPARATIONS
GRANDES ECOLES - MEDECINE

SOMMAIRE

L'INTEGRALE

7 à 60

I - DEFINITION DE L'INTEGRALE DE RIEMANN

1 - INTRODUCTION 7

2 - DEFINITION DE L'INTEGRALE 8

Fonction en escalier

$$\int_a^b f(x) dx \text{ si } b < a$$

$I_-(f)$, $I^+(f)$, fonctions intégrables

3 - PROPRIETES DES FONCTIONS INTEGRABLES
ET DE L'INTEGRALE 14

Caractérisation des fonctions intégrables
Relation de Chasles

$$\int |f(x)| dx$$

4 - DEMONSTRATIONS 18

5 - EXEMPLES DE FONCTIONS INTEGRABLES 21

Fonctions continues, fonctions continues par morceaux
Fonctions monotones

6 - THEOREME DE SEPARATION 25

7 - CONCLUSION SUR L'INTEGRALE DE RIEMANN 27

II - CALCUL APPROCHE D'UNE INTEGRALE 28 à 38

1 - THEOREME DE LA VALEUR MOYENNE 28

Méthode des rectangles

2 - LES SOMMES DE RIEMANN 33

Méthode des trapèzes

Méthode de Simpson

III - ETUDE DE L'INTEGRALE INDEFINIE 39 à 43

1 - DEFINITION DE L'INTEGRALE INDEFINIE 39

Continuité et dérivabilité

2 - CALCUL DE LA DERIVEE D'UNE FONCTION
DEFINIE A PARTIR D'UNE INTEGRALE INDEFINIE 41

3 - APPLICATION : CHANGEMENT DE VARIABLE
DANS UNE INTEGRALE 42

IV - CALCUL D'INTEGRALES DEFINIES 44 à 50

1 - INTRODUCTION 44

Différence entre primitive et intégrale

Existence de primitives

2 - CALCUL DES INTEGRALES A L'AIDE DE PRIMITIVES 45

3 - RESULTATS UTILES 49

4 - RESUME D'UNE METHODE POUR LE CALCUL D'INTEGRALES DEFINIES	50
V - LIMITES D'INTEGRALES	51 à 60
1 - EXEMPLES DE PROBLEMES POSES	51
2 - OUTILS POUR LA RESOLUTION	52
3 - EXEMPLES	54
4 - DERIVATION SOUS LE SIGNE D'INTEGRATION	58
5 - CONCLUSION	60
INTEGRALE D'UNE FONCTION CONTINUE SUR UN INTERVALLE NON COMPACT	61 à 96
VI - DEFINITIONS, NOTATIONS, EXEMPLES DE CALCUL	61 à 72
1 - INTRODUCTION	61
2 - DEFINITION Emploi correct des notations	62
3 - EXEMPLES DE CALCULS D'INTEGRALES GENERALISEE	70
VII - METHODES POUR ETABLIR LA CONVERGENCE	73 à 87
1 - THEOREME FONDAMENTAL La fonction Gamma	73
2 - METHODES POUR MONTRER QU'UNE INTEGRALE CONVERGE OU DIVERGE, PAR COMPARAISON AVEC UNE INTEGRALE DE REFERENCE	76
3 - COMMENT CHOISIR PARMIS LES DIFFERENTES METHODES POUR ETABLIR LA CONVERGENCE	83
4 - CAS DES FONCTIONS NE GARDANT PAS UN SIGNE CONSTANT	86
5 - STRUCTURES	87
VIII - ETUDE DE FONCTIONS DEFINIES A L'AIDE D'INTEGRALES GENERALISEES	88 à 96
1 - CALCUL APPROCHE D'UNE INTEGRALE GENERALISEE	88
2 - TRACE DE PRIMITIVES QUE L'ON NE SAIT PAS CALCULER EXACTEMENT	91
3 - QUELQUES RESULTATS UTILES	94
EXERCICES ET PROBLEMES	97 à 159
44 EXERCICES	97 à 104
PROBLEME DES MINES DE DOUAI 1977	105
PROBLEME AGRO 1977	107
CORRIGES	110