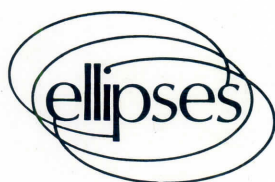


Jacques PICHON

Cours et conseils de travail
Exercices et problèmes corrigés

ÉQUATIONS $f(x) = 0$ COURBES $y = f(x)$



M 249

Mathématiques supérieures et première année universitaire
Cours et conseils de travail; exercices et problèmes corrigés

Jacques PICHON

Agrégé de mathématiques
Ancien élève de l'École Normale Supérieure de Saint-Cloud
Professeur en classe de Mathématiques Supérieures
au Lycée Saint-Louis (Paris)



5235 $\frac{1}{4}$

ÉQUATIONS $f(x) = 0$
COURBES $y = f(x)$

Utilisation des machines à calculer
Signe d'une fonction
Méthodes de Lagrange et Newton
Étude de la convexité
Tracé des courbes $y = f(x)$



EDITEUR DES PREPARATIONS
GRANDES ECOLES - MEDECINE

SOMMAIRE

ÉTUDE DU SIGNE D'UNE FONCTION	7
I- ÉTUDE DU SIGNE D'UNE FONCTION f EN UN POINT a DONT LA VALEUR NUMÉRIQUE EST CONNUE	7 à 13
1- INTRODUCTION	7
2- DÉFINITIONS, NOTATIONS ET QUELQUES THÉORÈMES UTILES	7
3- ÉTUDE CRITIQUE DES RÉSULTATS FOURNIS PAR UNE MACHINE A CALCULER	8
4- SIGNE DE $f(a)$ QUAND ON CONNAIT LA VALEUR EXACTE DE a	11
5- SIGNE DE $f(a)$ QUAND ON CONNAIT UNE VALEUR APPROCHÉE \tilde{a} DE a	11
II- ÉTUDE DU SIGNE D'UNE FONCTION f EN UN POINT a DONT LA VALEUR N'EST PAS CONNUE MAIS EST DONNÉE PAR UNE ÉQUATION $g(a) = 0$	14 à 33
1- TROUVER UN ENCADREMENT DE a . Séparer les racines de l'équation . Améliorer la précision	14
2- ESTIMATION DES DÉRIVÉES PREMIÈRES ET SECONDES EN UN POINT	20
3- AMÉLIORER LA PRÉCISION SUR LA RACINE a LES MÉTHODES DE LAGRANGE ET DE NEWTON	23
4- TROUVER LE SIGNE DE $f(a)$ OÙ a EST DÉFINI PAR $g(a) = 0$	29
5- UN EXEMPLE DÉTAILLÉ	30
III- ÉTUDE DU SIGNE D'UNE FONCTION SUR UNE PARTIE DE \mathbb{R}	34 à 47
1- ÉTUDE DU SIGNE D'UNE FONCTION f SUR UN INTERVALLE	34
2- SIGNE D'UNE FONCTION f AU VOISINAGE D'UN POINT a	40
3- MAJORATIONS	42
4- ÉTUDE DES RACINES D'UNE ÉQUATION DÉPENDANT LINÉAIREMENT D'UN PARAMÈTRE	46
TRACÉ DES COURBES DONNÉES PAR UNE ÉQUATION $y = f(x)$ OÙ f EST UNE FONCTION DE VARIABLE RÉELLE À VALEURS RÉELLES	49
IV- INTRODUCTION ET EXEMPLES	49 à 68
1- REMARQUES SUR LES COURBES	49
2- RAPPELS	50
3- TRACÉ DE LA COURBE $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Point d'inflexion . Direction asymptotique . Asymptote	51

4- GÉNÉRALISATION DE CET EXEMPLE : FONCTION DU TROISIÈME DEGRÉ	58
5- AUTRE EXEMPLE	59
. Utilisation des DLs	
. Simplification pour l'étude du signe de la dérivée	
6- UN DERNIER EXEMPLE $y = e^{\frac{1}{x}} \sqrt{x}$	
7- RÉSUMÉ	67
V- ÉTUDE THÉORIQUE DE LA CONCAVITÉ : LES FONCTIONS CONVEXES	69 à 82
1- DÉFINITION	69
2- UN COMPLÉMENT DE GÉOMÉTRIE AFFINE : LES ENSEMBLES CONVEXES	70
3- FONCTIONS CONVEXES	72
. Formulation mathématique	
. Propriétés géométriques du dessin d'une fonction convexe	
. Propriétés des fonctions convexes	
4- FONCTION CONCAVE	80
5- LES POINTS D'INFLEXION	81
6- QUELQUES REMARQUES POUR LE TRACÉ DES COURBES, EN RELATION AVEC LA CONCAVITÉ	81
VI- ÉTUDE DES POINTS PARTICULIERS ET DES ASYMPTOTES : TRACÉ DE LA COURBE	83 à 92
1- LES POINTS PARTICULIERS	83
2- UTILISATION DES DLs	83
3- QUAND LES DLs NE SUFFISENT PAS	85
4- LES DIRECTIONS ASYMPTOTIQUES ET LES ASYMPTOTES	86
5- TRACÉ DE LA COURBE	88
. Règles de tracé	
6- RÉSUMÉ : POUR TRACER UNE COURBE $y = f(x)$	92
VII- QUELQUES EXEMPLES DE TRACÉS DE COURBES $y = f(x)$ NÉCESSITANT UN TRAITEMENT SPÉCIAL	93 à 98
1- $y = e^{-x} \sin x$	93
2- $y = e^{-0,15x} \sin x$	95
3- $y = \left[1 + \frac{1}{3} \sin \frac{x}{10} \right] \sin \left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 4 \sin \frac{x}{7} \right)$	
4- y fonction de x , définie par $x^y = xy$	97
EXERCICES ET PROBLÈMES	99
VIII- ÉNONCÉS DES EXERCICES ET PROBLÈMES	99 à 107
1- EXERCICES SUR LE SIGNE D'UNE FONCTION	99
2- EXERCICES SUR LES TRACÉS DE COURBES	103
3- PROBLÈME ENSAE 1978	106
IX- CORRIGÉS DES EXERCICES ET PROBLÈMES	108 à 158
1- CORRIGÉS DES EXERCICES SUR LE SIGNE D'UNE FONCTION	108
2- CORRIGÉS DES EXERCICES SUR LES TRACÉS DE COURBES	133
3- CORRIGÉ PROBLÈME ENSAE 1978	154
INDEX DÉTAILLÉ	159