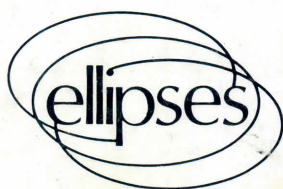
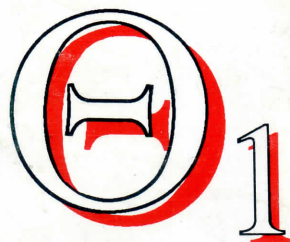


Jacques PICHON

Cours et conseils de travail
Exercices et problèmes corrigés

PRIMITIVES
ÉQUATIONS
DIFFÉRENTIELLES



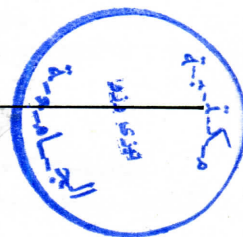
M244

Mathématiques supérieures et première année universitaire
Cours et conseils de travail; exercices et problèmes corrigés

Jacques PICHON

Agrégé de mathématiques
Ancien élève de l'École Normale Supérieure de Saint-Cloud

Professeur en classe de Mathématiques Supérieures
au Lycée Saint-Louis (Paris)



PRIMITIVES

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

Décomposition des fractions rationnelles
en éléments simples

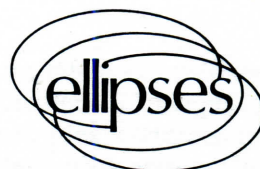
Calcul des primitives

Équations différentielles linéaires du 1^{er} ordre

Équations différentielles à coefficients constants

Calcul approché des solutions

4720 $\frac{1}{1}$



EDITEUR DES PREPARATIONS
GRANDES ECOLES - MEDECINE

SOMMAIRE

DÉCOMPOSITION DES FRACTIONS RATIONNELLES EN ÉLÉMENTS SIMPLES 9

I – QUELQUES RÉSULTATS SUR LES POLYNÔMES 9 à 20

1. Introduction 9
2. Définition et propriétés élémentaires
Polynômes, fonction polynome, Racine 9
3. Factorisation des polynômes 11
Polynôme irréductible, Théorème de d'Alembert
Polynôme bicarrés, Polynômes réciproques
4. Division euclidienne des polynômes 15
5. Quelques astuces de calcul 17

II – LES FRACTIONS RATIONNELLES – LES CORPS $\mathbb{R}(x)$ ET $\mathbb{C}(x)$ 21 à 46

1. Définition 21
2. Forme irréductible d'une fraction rationnelle 22
3. Éléments simples, décomposition 23
Dans $\mathbb{C}(x)$
Dans $\mathbb{R}(x)$; première et deuxième espèce
4. Procédure pour décomposer une fraction (sur \mathbb{R} ou \mathbb{C}) 27
5. Utilisation de l'unicité de la décomposition – Remarques pratiques pour le calcul 27
6. Division suivant les puissances croissantes 30
7. Recherche de la partie polaire relative à un pôle a 31
8. Utilisation des fonctions rationnelles 35
9. Cas des fractions de la forme $\frac{P}{(X^2 + aX + b)^n}$ 39
10. Exemples de décomposition de fractions rationnelles en éléments simples 39
11. Vérification des calculs 44
12. Résumé 45
13. Une utilisation intéressante : calcul des dérivées nièmes d'une fonction rationnelle 45

CALCUL DES PRIMITIVES 47

III – INTRODUCTION AU CALCUL DES PRIMITIVES 47 à 51

1. Objectif de ce cours 47
2. Remarque sur la liste des fonctions usuelles 48

3. Définition d'une primitive Sur un intervalle I Différence entre primitive et intégrale Vérification des calculs	49
IV – RÉSULTATS THÉORIQUES	52 à 58
1. Existence des primitives et notations Explication sur la notation	52
2. Primitives d'une fonction définie sur une réunion d'intervalles Constante d'intégration	54
V – MÉTHODES GÉNÉRALES DE CALCUL	59 à 76
1. Primitives usuelles Liste de primitives à connaître	59
2. Changement de variable 2 types de changement de variable	61
3. Primitives de polynômes trigonométriques Linéarisation	67
4. Intégrations par parties Formule de récurrence, de réduction	68
$\int \frac{dx}{(1+x^2)^n}$	
$\int P(x) e^{\alpha x} dx$	
VI – PRIMITIVES DES FONCTIONS RATIONNELLES	77 à 85
1. Exemples	77
2. Une bonne méthode générale	79
3. Vérification des calculs	84
VII – PRIMITIVES SE RAMENANT A UNE PRIMITIVE DE FONCTION RATIONNELLE	86 à 101
1. Fonctions rationnelles en $\sin x$ et $\cos x$ Raccordement des solutions pour le changement de variable $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$	86
2. Trois règles à connaître	94
3. Fonctions R (chx, sh x)	95
3. Intégrales abélienne Choix du changement de variable	98
4. Résumé sur les changements de variable	98

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES	103
VIII – GÉNÉRALITÉS	103 à 105
1. Introduction	103
2. Définitions	103
Équations différentielles linéaires	
Solution d'une équation différentielle linéaire	
IX – ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES DU PREMIER ORDRE	106 à 119
1. Définition	
2. Étude d'une équation sous forme normale	107
Cas d'une équation homogène	
Cas d'une équation non homogène	
3. Cas d'une équation qui n'est pas sous forme normale	112
4. Cas des fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{C}	117
5. Équations linéaires à coefficients constants (du 1er ordre)	117
X – ÉQUATIONS LINÉAIRES A COEFFICIENTS CONSTANTS DU SECOND ORDRE $ay'' + by' + cy = d(x)$	120 à 126
1. Résolution de l'équation homogène	120
2. Etude de l'équation avec second membre dans des cas particuliers	121
Exemples	
XI – QUESTIONS DIVERSES A PROPOS DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES	127 à 140
Introduction	127
1. Changement de variables	127
2. Équations à "variable séparable"	129
3. Équations homogènes	132
4. Recherche de solutions particulières sous forme de polynômes	134
5. Recherche des solutions approchées d'une équation différentielle du premier ordre de la forme $y' = f(x, y)$	138
EXERCICES ET PROBLÈMES	141
XII – ÉNONCÉS	141 à 160
Exercices sur les fractions rationnelles	141
Exercices sur les primitives	144
Exercices sur les équations différentielles	X 150
Problème ESSEC 1983	155
Problème École de l'Air 1977 (extrait)	157
Problème ENSI Chimie Nord 1979 (extrait)	158
XIII – CORRIGÉS	161 à 235
Exercices sur les fractions rationnelles	161
Exercices sur les primitives	169
Exercices sur les équations différentielles	X 204
ESSEC 1983	226
École de l'Air 1977	230
ENSI Chimie Nord 1979	233