

Jacques PICHON

Cours et conseils de travail
Exercices et problèmes corrigés

ALGÈBRE LINÉAIRE

Γ_3



M 239

Mathématiques supérieures et première année universitaire
Cours et conseils de travail; exercices et problèmes corrigés

Jacques PICHON

Agrégé de mathématiques
Ancien élève de l'École Normale Supérieure de Saint-Cloud

Professeur en classe de Mathématiques Supérieures
au Lycée Saint-Louis (Paris)



Γ₃

Université Mouloud MAMMERI
Faculté des Sciences
BIBLIOTHEQUE

Faculté des Sciences
BIBLIOTHEQUE
N° d'inventaire... 52020

2
3

N° de Côte: ~~19967 116~~e

ALGÈBRE LINÉAIRE

Matrices - Calcul matriciel
Déterminants
Systèmes linéaires
Valeurs propres - Vecteurs propres
Suites : récurrences linéaires



EDITEUR DES PREPARATIONS
GRANDES ECOLES - MEDECINE



SOMMAIRE

LES MATRICES	7
I- CALCUL MATRICIEL ELEMENTAIRE	7 à 24
1. Matrices: Définitions, opérations, structure	7
2. Les matrices scalaires	13
3. Matrices diagonales	13
4. Matrices triangulaires	17
5. Matrice transposée	18
6. Matrices inversibles	23
II- MATRICE D'UN SYSTEME DE VECTEURS	25 à 30
1. Définition	25
2. Interprétation des lignes d'une matrice	27
3. Matrice de passage	28
4. Lien entre les coordonnées d'un vecteur dans la première base et celles dans la seconde base	29
5. Interprétation de P^{-1}	30
III- MATRICES D'APPLICATIONS LINEAIRES	31 à 39
1. Définition	31
2. Exemples	32
3. Autres exemples	33
4. Condition pour que deux matrices soient égales	35
5. Interprétation du produit des matrices	35
6. La forme de la matrice dépend de la base	39
IV- RANG D'UNE MATRICE	41 à 46
1. Définition	41
2. Rang de la matrice transposée	42
V- MATRICES EQUIVALENTES, MATRICES SEMBLABLES	47 à 52
1. Influence du changement de base sur la matrice d'une application linéaire	47
2. Matrices équivalentes	48
3. Matrices semblables	49
4. Trace d'une matrice carrée	50
VI- SYSTEMES D'EQUATIONS LINEAIRES. ETUDE SANS LES DETERMINANTS	53 à 59
1. Définition et interprétation de (S)	53
2. Résolution de (S)	54
LES DETERMINANTS	61
VII- LES APPLICATIONS MULTILINEAIRES	61 à 70
1. Introduction	61
2. Définition	63
3. Formes p-linéaires	64
4. Formes p-linéaires alternées	65
5. Exemples variés d'applications p-linéaires	69
VIII- DETERMINANTS	71 à 92
1. Déterminant d'une famille de n vecteurs dans un espace vectoriel de dimension n	71

2.	Déterminant d'une matrice carrée	73
3.	Déterminant d'une matrice triangulaire	75
4.	Déterminant d'une matrice transposée	75
5.	Développement d'un déterminant	77
6.	Produit de deux matrices	82
7.	Déterminant d'un endomorphisme	83
8.	Quelques astuces pour le calcul des déterminants	84
9.	Deux types de déterminants à bien connaître (à reconnaître et à savoir calculer rapidement)	86
10.	Dérivée d'un déterminant	90
11.	Matrices carrées inversibles	91
12.	Rang d'une matrice, d'un système de vecteurs	92
IX-	SYSTEMES D'EQUATIONS LINEAIRES	93 à 102
1.	Introduction	93
2.	Résolution des systèmes de Cramer grâce aux déterminants	94
3.	Résolution d'un système quelconque	95
4.	Application des formules de Cramer au calcul de l'inverse d'une matrice (formules théoriques)	96
5.	Systèmes d'équations linéaires associés à des problèmes d'algèbre	97
6.	Recherche de $\text{Im } f$ et $\text{Ker } f$	99
X-	VALEURS PROPRES, VECTEURS PROPRES	103 à 115
1.	Introduction	103
2.	Définition	104
3.	Caractérisation d'une valeur propre	105
4.	Polynôme caractéristique	105
5.	Exemple	106
6.	Etude des sous-espaces propres	108
7.	Définition	111
8.	Calcul du déterminant circulant	115
XI-	UTILISATION DES MATRICES POUR LES SUITES RECURRENTES	117 à 121
1.	Etude d'un cas particulier	117
2.	Cas général	118
3.	Résumé sur les récurrences linéaires	121
	EXERCICES ET PROBLEMES	123
	ENONCES DES EXERCICES	123 à 134
	Matrices	123
	Déterminants	128
	Valeurs propres, vecteurs propres	133
	ENONCES DES PROBLEMES	135 à 145
	Ingénieurs de Marseille 1979	135
	ENSI Chimie Sud 1978	137
	INA et ENSA 1976	140
	INA et ENSA 1978	143
	CORRIGES DES EXERCICES	147 à 184
	CORRIGES DES PROBLEMES	185 à 207
	INDEX	208