

A

analyse
numérique
pour ingénieurs



André Fortin

M23X

A

analyse
numérique
pour ingénieurs

5259 $\frac{2}{2}$



André Fortin



Table des matières

1	Analyse d'erreurs	1
1.1	Introduction	1
1.2	Erreurs de modélisation	5
1.3	Représentation des nombres sur ordinateur	9
1.3.1	Représentation des entiers signés	9
1.3.2	Représentation des nombres réels	13
1.4	Erreurs dues à la représentation	18
1.5	Arithmétique flottante	23
1.5.1	Opérations élémentaires	24
1.5.2	Opérations risquées	27
✓ 1.5.3	Évaluation des polynômes	32
1.6	Erreurs de troncature	33
1.6.1	Développement de Taylor en une variable	34
1.6.2	Développement de Taylor en plusieurs variables	41
1.6.3	Propagation d'erreurs dans le cas général	43
1.7	Exercices	47
2	Équations non linéaires	53
2.1	Introduction	53
- 2.2	Méthode de la bissection	54
- 2.3	Méthodes des points fixes	61
2.3.1	Convergence de la méthode des points fixes	64
2.3.2	Interprétation géométrique	70
2.3.3	Extrapolation d'Aitken	72
⊗ 2.4	Méthode de Newton	75
2.4.1	Interprétation géométrique	77
2.4.2	Analyse de convergence	78
2.4.3	Cas des racines multiples	80

2.5	Méthode de la sécante	85
2.6	Applications	88
2.6.1	Modes de vibration d'une poutre	88
2.6.2	Premier modèle de viscosité	91
2.7	Exercices	95
X 3	Systèmes d'équations algébriques	101
3.1	Introduction	101
X 3.2	Systèmes linéaires	102
3.3	Opérations élémentaires sur les lignes	107
3.3.1	Multiplication d'une ligne par un scalaire	109
3.3.2	Permutation de deux lignes	110
3.3.3	Opération $(\vec{l}_i \leftarrow \vec{l}_i + \lambda \vec{l}_j)$	111
+ 3.4	Élimination de Gauss	113
- X 3.5	Décomposition LU	118
3.5.1	Principe de la méthode	118
X 3.5.2	Décomposition de Crout	119
X 3.5.3	Décomposition LU et permutation de lignes	127
X 3.5.4	Calcul de la matrice inverse A^{-1}	132
3.6	Effets de l'arithmétique flottante	135
3.7	Conditionnement d'une matrice	142
3.7.1	Bornes d'erreurs et conditionnement	150
3.8	Systèmes non linéaires	155
3.9	Applications	162
3.9.1	Calcul des tensions dans une ferme	162
3.9.2	Deuxième modèle de viscosité	166
3.10	Exercices 	169
4	Systèmes dynamiques discrets	177
4.1	Introduction	177
4.2	Application quadratique	177
4.3	Méthodes de points fixes: cas complexe	188
4.4	Méthodes de points fixes en dimension n	192
4.4.1	Attracteur d'Hénon	201
- 4.5	Méthodes itératives pour les systèmes linéaires	205
- X 4.5.1	Méthode de Jacobi	207
- X 4.5.2	Méthode de Gauss-Seidel	214
4.6	Exercices	218

5	Interpolation	221
5.1	Introduction	221
5.2	Matrice de Vandermonde	223
5.3	Interpolation de Lagrange	224
5.4	Polynôme de Newton	230
5.5	Erreur d'interpolation	240
5.6	Splines cubiques	251
5.7	Krigeage	262
5.7.1	Effet pépité	273
5.7.2	Courbes paramétrées	277
5.7.3	Cas multidimensionnel	282
5.8	Application: courbe des puissances classées	284
5.9	Exercices	287
6	Différentiation et intégration numériques	293
6.1	Introduction	293
6.2	Différentiation numérique	294
6.2.1	Dérivées d'ordre 1	294
6.2.2	Dérivées d'ordre supérieur	301
6.3	Extrapolation de Richardson	306
6.4	Intégration numérique	309
6.4.1	Formules de Newton-Cotes simples et composées	310
6.4.2	Méthode de Romberg	327
6.4.3	Quadratures de Gauss	331
6.4.4	Intégration à l'aide des splines	340
6.5	Applications	343
6.5.1	Courbe des puissances classées	343
6.5.2	Puissance électrique d'un ordinateur	344
6.6	Exercices	346
7	Équations différentielles	351
7.1	Introduction	351
7.2	Méthode d'Euler	355
7.3	Méthodes de Taylor	361
7.4	Méthodes de Runge-Kutta	368
7.4.1	Méthodes de Runge-Kutta d'ordre 2	368
7.4.2	Méthode de Runge-Kutta d'ordre 4	372
7.5	Méthodes à pas multiples	376
7.6	Systèmes d'équations différentielles	385

5	Interpolation	221
5.1	Introduction	221
5.2	* Matrice de Vandermonde	223
5.3	Interpolation de Lagrange	224
5.4	Polynôme de Newton	230
5.5	Erreur d'interpolation	240
5.6	Splines cubiques	251
5.7	Krigeage	262
5.7.1	Effet pépité	273
5.7.2	Courbes paramétrées	277
5.7.3	Cas multidimensionnel	282
5.8	Application: courbe des puissances classées	284
5.9	Exercices	287
6	Différentiation et intégration numériques	293
6.1	Introduction	293
6.2	Différentiation numérique	294
6.2.1	Dérivées d'ordre 1	294
6.2.2	Dérivées d'ordre supérieur	301
6.3	Extrapolation de Richardson	306
6.4	Intégration numérique	309
6.4.1	Formules de Newton-Cotes simples et composées	310
6.4.2	Méthode de Romberg	327
6.4.3	Quadratures de Gauss	331
6.4.4	Intégration à l'aide des splines	340
6.5	Applications	343
6.5.1	Courbe des puissances classées	343
6.5.2	Puissance électrique d'un ordinateur	344
6.6	Exercices	346
7	Équations différentielles	351
7.1	Introduction	351
7.2	Méthode d'Euler	355
7.3	Méthodes de Taylor	361
7.4	Méthodes de Runge-Kutta	368
7.4.1	Méthodes de Runge-Kutta d'ordre 2	368
7.4.2	Méthode de Runge-Kutta d'ordre 4	372
7.5	Méthodes à pas multiples	376
7.6	Systèmes d'équations différentielles	385

7.7	Équations d'ordre supérieur	388
7.8	Méthode de tir	391
7.9	Méthodes des différences finies	400
7.10	Applications	403
7.10.1	Problème du pendule	403
7.10.2	Systèmes de masses et de ressorts	406
7.10.3	Attracteur étrange de Lorenz	410
7.11	Exercices	415
	Réponses aux exercices du chapitre 1	419
	Réponses aux exercices du chapitre 2	422
	Réponses aux exercices du chapitre 3	424
	Réponses aux exercices du chapitre 4	429
	Réponses aux exercices du chapitre 5	431
	Réponses aux exercices du chapitre 6	436
	Réponses aux exercices du chapitre 7	438