

M230

# ÉLÉMENTS DE STATISTIQUE

**JEAN-JACQUES DROESBEKE**

PRÉFACE DE GEORGES LE CALVÉ  
DEUXIÈME ÉDITION REFONDUE



4672  $\frac{1}{1}$

ÉDITIONS  
DE L'UNIVERSITÉ  
DE BRUXELLES

SMA

ÉDITIONS  
ELLIPSES



# TABLE DES MATIERES

<b>CHAPITRE 1 : UN PEU D'HISTOIRE</b>	<b>1</b>
1.1 Qu'est-ce que la statistique ?	1
1.2 Un peu de préhistoire	2
1.3 Les écoles du XVII <sup>e</sup> siècle	3
1.4 La probabilité : un autre fleuron du XVII <sup>e</sup> siècle	4
1.5 Quelques mouvements intéressants du XIX <sup>e</sup> siècle	6
1.6 Le XX <sup>e</sup> siècle	7
<b>CHAPITRE 2 : LA PRESENTATION DES DONNEES</b>	<b>9</b>
2.1 Introduction	9
2.2 Concepts de base	10
2.2.1 Choix des individus	10
2.2.2 Choix des variables	10
2.2.3 Nature des variables	11
2.2.4 Echelle de mesure	12
2.3 Tableau individus x caractères	16
2.4 Présentation d'une série statistique univariée sous forme de tableaux et de graphiques	18
2.4.1 Série brute	18
2.4.2 Série ordonnée	19
2.4.3 Distribution observée	20
2.4.4 Autres présentations d'une D.O.1. sous forme de tableaux et de graphiques	24
2.4.5 Distribution groupée	29
2.4.6 Quelques réflexions sur le groupement en classes	40
2.4.7 Quelques commentaires sur les représentations graphiques	43
2.5 Présentation d'une série statistique bivariée	46
2.6 Distributions marginales et conditionnelles	51
2.7 Présentation d'une série statistique multivariée	55

2.8	Autres tableaux statistiques	58
2.9	Transformations de variables	60
2.9.1	Transformation linéaire	60
2.9.2	Transformation fonctionnelle	63
2.9.3	Différences	63
2.9.4	Rapports	64
2.10	La qualité de l'information statistique	66
2.11	Exercices proposés	67

### **CHAPITRE 3 : PARAMETRES DE POSITION, DE DISPERSION ET DE FORME 81**

3.1	Introduction	81
3.2	Paramètres de position	82
3.2.1	La moyenne arithmétique	82
3.2.2	La moyenne arithmétique pondérée	92
3.2.3	La médiane	95
3.2.4	Les quantiles (fractiles)	101
3.2.5	Le mode	104
3.2.6	Le choix et le rôle d'un paramètre de position	108
3.3	Paramètres de dispersion	115
3.3.1	L'étendue	115
3.3.2	L'écart-moyen absolu et l'écart médian absolu	116
3.3.3	La variance	118
3.3.4	L'écart-type	125
3.3.5	Le coefficient de variation	128
3.3.6	Les intervalles interquantiles	129
3.3.7	Le choix d'un paramètre de dispersion	132
3.4	Paramètres de forme	134
3.4.1	Analyse de la symétrie d'une D.O.1	134
3.4.2	Paramètres d'aplatissement	142
3.5	Autres paramètres	143
3.6	Exercices proposés	143

### **CHAPITRE 4 : ELEMENTS DE THEORIE DES PROBABILITES 151**

4.1	Introduction	151
4.2	Expérience aléatoire et ensemble fondamental	152

4.3	Événement	154
4.4	Opérations sur les événements	156
4.4.1	Egalité	157
4.4.2	Implication	157
4.4.3	Conjonction (ou intersection)	157
4.4.4	Réunion	158
4.4.5	Différence	158
4.4.6	Complémentaire (ou contraire)	158
4.5	Classes particulières d'événements	159
4.6	Probabilité	162
4.6.1	Définition classique	162
4.6.2	Définition fréquentielle	165
4.6.3	Définition axiomatique	168
4.7	Propriétés	169
4.7.1	Propriété 1	169
4.7.2	Propriété 2	170
4.7.3	Propriété 3	172
4.7.4	Propriété 4	172
4.7.5	Propriété 5	173
4.7.6	Propriété 6	173
4.7.7	Propriété 7	174
4.8	Probabilité de la réunion d'événements (loi d'addition)	175
4.9	Probabilité conditionnelle	176
4.10	Probabilité de la conjonction d'événements (loi de multiplication)	180
4.11	Indépendance	181
4.12	Méthodes de dénombrement	184
4.12.1	Règle du produit	184
4.12.2	Permutation	187
4.12.3	Combinaison	188
4.13	Schéma de Bernoulli	189
4.14	Ensemble fondamental infini	191
4.15	Quelques remarques sur la détermination de la probabilité d'un événement	192
4.16	Exercices proposés	193

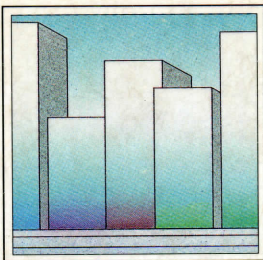
<b>CHAPITRE 5 : VARIABLES ALEATOIRES ET</b>		
<b>DISTRIBUTIONS DE PROBABILITE</b>		<b>203</b>
5.1	Variable aléatoire	203
5.2	Distribution de probabilité d'une variable aléatoire discrète	205
5.3	Famille de distributions de probabilité	208
5.4	Distribution de probabilité et distribution observée	209
5.5	Fonction de répartition (ou fonction cumulative) et fonction de répartition inversée	211
5.6	Propriétés de la fonction de répartition	213
5.7	Espérance mathématique d'une variable aléatoire discrète	216
5.8	Une parenthèse historique : le problème des partis	219
5.9	Propriétés de l'espérance mathématique	224
5.9.1	Propriété 1	225
5.9.2	Propriété 2	225
5.9.3	Propriété 3	225
5.9.4	Propriété 4	226
5.10	Paramètres d'une distribution de probabilité	226
5.11	Distributions de probabilité discrètes particulières	229
5.11.1	Distribution uniforme (discrète)	229
5.11.2	Distribution de Bernoulli	231
5.11.3	Distribution binomiale	233
5.11.4	Distribution de poisson	238
5.12	Distributions de probabilité d'une variable aléatoire continue	242
5.12.1	Quelques rappels	242
5.12.2	Fonction de densité (de probabilité)	244
5.12.3	Fonction de répartition	246
5.12.4	Paramètres	247
5.13	Distributions de probabilité continues particulières	248
5.13.1	Distribution uniforme (continue)	248
5.13.2	Distribution normale (dite de Laplace-Gauss)	250
5.14	Une autre parenthèse historique : la distribution normale	256
5.15	Une autre vision du concept de variable aléatoire	258
5.16	Exercices proposés	259

<b>CHAPITRE 6 : INDEPENDANCE ET COMPORTEMENTS ASYMPTOTIQUES</b>	<b>269</b>
6.1 Distributions de probabilité multivariées	269
6.1.1 Définitions	269
6.1.2 Distribution multinomiale	275
6.1.3 Distribution normale	276
6.1.4 Fonction de répartition	277
6.2 Variables aléatoires indépendantes	277
6.3 Addition de variables aléatoires	280
6.3.1 Espérance mathématique d'une somme de v.a.	282
6.3.2 Variance d'une somme de v.a. indépendantes	283
6.3.3 D.P. d'une somme de v.a. indépendantes	284
6.4 Fonctions non linéaires de variables aléatoires	286
6.4.1 Distribution "Khi-carré" (encore dite "du Khi-deux")	286
6.4.2 Distribution de Student	287
6.4.3 Distribution de Fisher-Snedecor	288
6.5 Comportements asymptotiques	289
6.5.1 Théorème de Moivre-Laplace	290
6.5.2 Quelques résultats asymptotiques	294
6.5.3 Théorème limite central	294
6.6 Exercices proposés	296
<b>CHAPITRE 7 : LES METHODES DE SONDAGES</b>	<b>301</b>
7.1 Introduction	301
7.2 Objectifs d'un sondage	303
7.3 Méthode de sondage aléatoire (ou probabiliste)	305
7.4 Echantillon simple avec remise (PEAR)	305
7.5 Echantillon simple sans remise (PESR)	311
7.6 Echantillons stratifiés (ST)	314
7.6.1 Echantillon stratifié représentatif (STR)	316
7.6.2 Echantillon stratifié optimal (STO)	317
7.7 Autres méthodes de sondage aléatoire	319
7.8 Estimation de l'erreur d'échantillonnage	322
7.9 Sondages par choix raisonnés	323
7.10 Quelques problèmes importants des sondages	324

9.6.	Test de comparaison de deux populations	382
9.6.1	Test d'égalité de deux moyennes	382
9.6.2	Test d'égalité de deux variances	385
9.6.3	Test d'égalité de proportions	386
9.7	Analyse de variance	389
9.8	En guise de conclusion	396
9.9	Exercices proposés	396
<b>CHAPITRE 10 : L'ANALYSE BIVARIEE</b>		<b>403</b>
10.1	Les étapes d'une analyse statistique bivariée	404
10.2	Cas I : Les deux variables sont quantitatives	405
10.2.1	Analyse du graphique des données	405
10.2.2	Le coefficient de corrélation	406
10.2.3	Test d'hypothèse relatif à un coefficient de corrélation	413
10.2.4	Régression linéaire	414
10.2.5	Corrélation et régression linéaire	419
10.2.6	Du bon usage du coefficient de corrélation	422
10.3	Cas II : Les deux variables sont ordinales ou quantitatives	425
10.3.1	Coefficient de corrélation de rang de Spearman	426
10.3.2	Coefficient de corrélation de rang de Kendall	428
10.3.3	Inférence statistique	429
10.4	Cas III : Au moins une des deux variables est nominale	430
10.4.1	Coefficients $D^2$ et $\Phi^2$	430
10.4.2	Test d'indépendance	433
10.5	Exercices proposés	435
<b>ANNEXE 1 : LES ENSEMBLES</b>		<b>443</b>
A.1.1	Définitions	443
A.1.2	Opérations sur les ensembles	446
A.1.3	Produit cartésien de deux ensembles	450
A.1.4	Exercices proposés	451
<b>ANNEXE 2 : LES FONCTIONS</b>		<b>455</b>
A.2.1	Définition d'une fonction	455
A.2.2	Graphe d'une fonction	457
A.2.3	Exercices proposés	460

<b>ANNEXE 3 : LE SIGNE DE SOMMATION <math>\Sigma</math></b>	<b>463</b>
A.3.1 Définition et propriétés	463
A.3.2 Exercices proposés	466
<b>ANNEXE 4 : LES LOGARITHMES</b>	<b>469</b>
A.4.1 Fonctions exponentielles et logarithmiques	469
A.4.2 Propriétés de la fonction logarithmique	471
A.4.3 Exercices proposés	472
<b>ANNEXE 5 : LES MATRICES</b>	<b>473</b>
A.5.1 Définitions	473
A.5.2 Opérations élémentaires	473
A.5.3 Utilisation de la notation matricielle dans l'analyse statistique	475
A.5.4 Exercices proposés	477
<b>ANNEXE 6 : SOLUTIONS DE QUELQUES EXERCICES PROPOSES</b>	<b>479</b>
<b>ANNEXE 7 : TABLES STATISTIQUES</b>	<b>485</b>
<b>Table 1 :</b> Notions diverses	486
<b>Table 2 :</b> Carrés, racines carrées, inverses et logarithmes	487
<b>Table 3 :</b> Factorielles $n!$	490
<b>Table 4 :</b> $\text{Log}_{10} n!$	490
<b>Table 5 :</b> Coefficients binominaux	491
<b>Table 6 :</b> Nombres au hasard	492
<b>Table 7 :</b> Distribution binomiale (fonction de répartition)	493
<b>Table 8 :</b> Distribution de Poisson (fonction de répartition)	496
<b>Table 9 :</b> Valeurs de la fonction de répartition de la distribution normale réduite $\zeta=N(0,1)$	497
<b>Table 10 :</b> Quantiles $z_p$ de la variable $\zeta=N(0,1)$	498
<b>Table 11 :</b> Quantiles $\chi_{v,p}^2$ de la variable $\chi_v^2$	499
<b>Table 12 :</b> Quantiles $t_{v;p}$ de la variable de Student $t_v$	501
<b>Table 13 :</b> Distribution de Fisher-Snedecor	502
<b>Table 14 :</b> Quantiles $r_{v;\alpha}$ de $r$	504
<b>Table 15 :</b> Quantiles $r_{s;p}$ du coefficient de corrélation de rang de Spearman $r_s$ .	505
<b>Table 16 :</b> Quantiles $K_{n,p}$ de la variable de Kendall $K$	506

# SMA



## LA COLLECTION

"Statistique et mathématiques appliquées" (SMA) est une collection des Editions de l'Université de Bruxelles et des Editions Ellipses (Paris). SMA couvre l'ensemble des domaines liés à la statistique et aux mathématiques appliquées et met à la disposition du chercheur, de l'enseignant, de l'étudiant et de l'homme actif, des ouvrages couvrant les acquis théoriques et la pratique.

## L'OUVRAGE

Chaque jour davantage, l'étudiant, le chercheur, l'homme curieux se trouvent devant la nécessité de comprendre et de maîtriser des informations aussi nombreuses que variées. Certaines sont précises, d'autres assez confuses. Parfois (trop souvent!), on ne sait ce qu'elles représentent, ni d'où elles viennent. Leur aspect n'est pas toujours avenant, nous ne savons souvent qu'en faire. Et pourtant, elles ont beaucoup à dire et nous pouvons les entendre à condition de suivre quelques règles de base relativement simples.

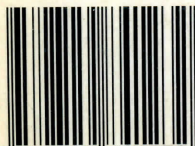
Le bon sens, la logique sous-tendent la méthodologie statistique. Savoir choisir l'information où elle se trouve, la regarder, la présenter aux autres (et à soi-même), en découvrir les faits marquants, l'interpréter et la traduire: autant de raisons de lire cet ouvrage destiné à ceux qui, sans être forts en math, veulent comprendre et appliquer les éléments de cette méthode qui constituent une facette importante de la compréhension de notre monde.

## L'AUTEUR

Professeur à l'Université libre de Bruxelles et à l'Institut d'enseignement supérieur Lucien Cooremans, Jean-Jacques Dreesbeke est un scientifique au pays des économistes, des ingénieurs commerciaux, des sociologues, des politologues, des historiens et des journalistes, sans oublier les statisticiens.

Il a éprouvé son bagage et enseigné dans diverses universités d'Europe, d'Afrique et d'Amérique et marché à la rencontre de ceux qui avaient autant besoin que peur de l'outil statistique.

Ce livre est à son image, accessible tout en étant précis, éclectique et complet, sérieux sans lasser.



9 782729 841232

Couverture: J.-C. Geluck/T/ Suykens