

cours de mathématiques spéciales

3

topologie et éléments d'analyse

E. RAMIS C. DESCHAMPS J. ODOUX

3^e édition



MASSON

M 227 / 3

COURS DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

par

E. Ramis

Inspecteur général de l'Instruction Publique

C. Deschamps

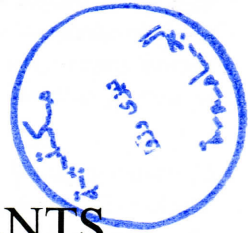
*Professeur de Mathématiques Spéciales
au Lycée Louis-le-Grand*

J. Odoux

*Professeur de Mathématiques Spéciales
au Lycée Champollion, à Grenoble*

3

TOPOLOGIE ET ÉLÉMENTS D'ANALYSE



Classes Préparatoires et Enseignement Supérieur (1^{er} cycle)

*3^e édition
revue et augmentée
2^e tirage*

4765 2
2

MASSON

Paris Milan Barcelone

1995

TABLE DES MATIÈRES

1. Le corps des réels	1
1.1. Une construction de \mathbb{R}	1
1.2. Complétude de \mathbb{R} et conséquences	9
1.3. Autres propriétés de \mathbb{R}	14
<i>Exercices</i>	22
2. Espaces topologiques. Espaces métriques	26
2.1. Espaces topologiques	26
2.2. Limites et continuité	36
2.3. Espaces métriques	45
2.4. Espaces complets	59
2.5. Espaces compacts	65
2.6. Connexité	72
<i>Exercices</i>	77
3. Espaces vectoriels normés	86
<i>Exercices</i>	102
4. Fonctions d'une variable réelle	106
4.1. Dérivées	106
4.2. Théorème des accroissements finis. Formules de Taylor	114
4.3. Fonctions réelles d'une variable réelle	118
4.4. Fonctions usuelles	126
4.5. Fonctions convexes	134
4.6. Problèmes d'interpolation et d'approximation	137
<i>Exercices</i>	140
5. Etude pratique d'une fonction réelle	149
5.1. Comparaison des fonctions au voisinage d'un point	150
5.2. Développements asymptotiques. Développements limités	159
5.3. Etude locale	175
5.4. Exemples d'étude d'une fonction	185
<i>Exercices</i>	187
6. Intégration	191
6.1. Intégration des applications en escalier	191
6.2. Intégrale de Riemann d'une application d'un intervalle compact de \mathbb{R} dans un espace de Banach	195
6.3. Intégrale de Riemann d'une application à valeurs dans \mathbb{R}	208
6.4. Classes d'applications intégrables	219
6.5. Condition nécessaire et suffisante d'intégrabilité d'une application bornée	223
6.6. Primitives et intégrales	226
6.7. Calcul des intégrales	229
<i>Exercices</i>	241

7. Compléments sur les intégrales	252
7.1. Calcul des primitives	252
7.2. Intégrales impropres	268
7.3. Intégrales dépendant d'un paramètre	287
<i>Exercices</i>	287
8. Calcul différentiel	295
8.1. Applications différentiables	295
8.2. Différentielles d'ordre supérieur	321
8.3. Formules de Taylor et applications	333
8.4. Fonctions homogènes. Fonctions convexes	340
8.5. Fonctions implicites. Fonctions réciproques	343
<i>Exercices</i>	360