

**RAMIS
DESCHAMPS
ODOUX**

**Cours de
mathématiques**

1. algèbre



LES COURS DE RÉFÉRENCE

2^e édition

DUNOD

M227/T1

RAMIS/DESCHAMPS/ODOUX

23577

$\frac{1}{1}$

Cours de mathématiques

1. algèbre



Edmond Ramis

Inspecteur général de l'Instruction Publique

Claude Deschamps

*Professeur de Mathématiques Spéciales
au lycée Louis-le-Grand*

Jacques Odox

*Professeur de Mathématiques Spéciales
au lycée Champollion, à Grenoble*

2^e édition

DUNOD

TABLES DES MATIÈRES

1. Ensembles. Relations. Loïs de composition	1
1.1. Éléments de logique	1
1.2. Ensembles. Applications	5
1.3. Relations binaires sur un ensemble	21
1.4. Ensembles finis	30
1.5. Loïs de composition	39
1.6. Structures algébriques	44
<i>Exercices</i>	52
2. Groupes	58
2.1. Structure de groupe	58
2.2. Sous-groupes	61
2.3. Groupes - quotients	66
2.4. Groupes symétriques	70
2.5. Groupes opérant sur un ensemble	77
<i>Exercices</i>	80
3. Anneaux et corps	84
3.1. Structure d'anneau	84
3.2. Idéaux. Anneaux - quotients	90
3.3. Divisibilité dans les anneaux intègres	96
3.4. Corps	102
3.5. Structures ordonnées	107
<i>Exercices</i>	112
4. Modules et espaces vectoriels	117
4.1. Modules	117
4.2. Sous-modules, modules produits, modules-quotients	120
4.3. Intersection et somme de sous-modules	124
4.4. Structure d'algèbre	129
<i>Exercices</i>	130
5. Nombres complexes	133
<i>Exercices</i>	144
6. Polynômes	148
6.1. Algèbre des polynômes à une indéterminée	148
6.2. Division euclidienne. Propriétés arithmétiques de $K[X]$	156
6.3. Division suivant les puissances croissantes	168
6.4. Dérivation. Racines	170
6.5. Etude de $\mathbb{C}[X]$ et de $\mathbb{R}[X]$	177
6.6. Extension d'un corps	182
6.7. Algèbre des polynômes à plusieurs indéterminées	185
6.8. Dérivation partielle des polynômes	193
6.9. Propriétés arithmétiques de $K[X_1, \dots, X_n]$	197
6.10. Polynômes symétriques	200
<i>Exercices</i>	209

7. Fractions rationnelles à une ou plusieurs indéterminées	214
7.1. Corps des fractions rationnelles à une indéterminée	214
7.2. Théorie de la décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples	220
7.3. Pratique de la décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples. Applications	230
7.4. Notions sur les séries formelles à une indéterminée	237
7.5. Corps des fractions rationnelles à plusieurs indéterminées	241
<i>Exercices</i>	244
8. Equations algébriques	249
8.1. Relations entre coefficients et racines	249
8.2. Élimination. Résultant	254
8.3. Transformation des équations algébriques	268
8.4. L'équation du troisième degré sur \mathbb{C} et \mathbb{R}	277
<i>Exercices</i>	279
9. Algèbre linéaire	283
9.1. Indépendance linéaire. Bases	283
9.2. Espaces vectoriels de dimension finie	290
9.3. Dualité	302
9.4. Matrices	314
<i>Exercices</i>	332
10. Formes multilinéaires, déterminants	341
10.1. Applications multilinéaires	341
10.2. Déterminants	345
10.3. Calcul des déterminants	353
10.4. Formes multilinéaires alternées	361
<i>Exercices</i>	368
11. Applications des déterminants	372
11.1. Détermination pratique d'un rang	372
11.2. Equations linéaires	375
<i>Exercices</i>	389
12. Réduction des endomorphismes	394
12.1. Sous-espaces propres	395
12.2. Diagonalisation, trigonalisation	397
12.3. Polynômes d'endomorphismes	408
<i>Exercices</i>	424
INDEX ALPHABÉTIQUE	435
INDEX DES NOTATIONS	439



2^e édition

Edmond Ramis
Claude Deschamps
Jacques Odoux

COURS DE MATHÉMATIQUES

1. algèbre

Les volumes de la série Ramis constituent des ouvrages de référence qui serviront aux étudiants tout au long de leurs études et auxquels ils pourront se reporter par la suite.

Ils exposent, en algèbre, en analyse et en géométrie, les notions fondamentales dont tout scientifique a besoin. Ils sont donc principalement destinés aux étudiants des premiers cycles et classes préparatoires, aux candidats à la licence et aux concours de recrutement de l'enseignement secondaire, ainsi qu'aux élèves des écoles d'ingénieurs. Ils proposent de nombreux exercices.

Le volume 1 traite de l'algèbre générale et de l'algèbre linéaire. On y aborde, dans une première partie, l'étude des structures fondamentales des groupes, anneaux, corps et espaces vectoriels. La seconde partie du livre est consacrée à l'algèbre linéaire et aux problèmes de réduction des endomorphismes.

Le volume 2 traite de l'algèbre quadratique et hermitienne. Après l'étude des espaces euclidiens et hermitiens, la seconde partie est consacrée aux applications des théories précédentes à la géométrie du plan et de l'espace.

Le volume 3 aborde les notions fondamentales de l'analyse : construction du corps des réels, topologie, étude des fonctions d'une variable réelle et intégration. Il se termine par l'étude du calcul différentiel.

Le volume 4 poursuit l'étude des notions fondamentales de l'analyse en abordant celle des séries, des séries de Fourier et des séries entières, des équations différentielles et des intégrales multiples.

Le volume 5 clôt la série en appliquant les résultats des volumes 3 et 4 à l'étude des courbes et des surfaces. On y développe les propriétés métriques des courbes et des surfaces et les formules fondamentales d'analyse vectorielle : Green-Riemann, Stokes et Ostrogradski.

Les auteurs sont tous trois anciens élèves de l'Ecole Normale Supérieure.

Edmond Ramis était Inspecteur général de l'Instruction publique. Claude Deschamps et Jacques Odoux enseignent en deuxième année de classes préparatoires aux grandes écoles, aux lycées Louis-le-Grand à Paris et Champollion à Grenoble.



ISBN 2 10 005625 5
Code 045625

<http://www.dunod.com>

