

Mathématiques

Bernard CALVO, Jacques DOYEN
Adina CALVO, Françoise BOSCHET

EXERCICES D'ALGÈBRE

1^{er} cycle scientifique,
préparation aux grandes écoles

1^{re} ANNÉE



ARMAND COLIN

M 225

Bernard CALVO, Françoise BOSCHET, Adina CALVO

Maitres de conférences à l'Université Paris 7

Jacques DOYEN

Maitre de conférences à l'Université de Savoie (Chambéry)

EXERCICES D'ALGÈBRE

~~I. 193~~



1^{er} cycle scientifique,
préparation aux grandes écoles

1^{re} ANNÉE

Bibliothèque Département T.C.T

N° d'inventaire... ~~193~~

N° de Côte... ~~198/2^e~~

4798 $\frac{1}{2}$



ARMAND COLIN

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 1. Ensembles ; Applications ; Relations ; Analyse combinatoire ; Lois de composition	7
Applications : exercices n° 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6 et 1.8.	
Relations (d'équivalence et ordre) : exercices n° 1.7, 1.9, 1.10.	
Analyse combinatoire et entiers naturels : exercices n° 1.11, 1.12, 1.13, 1.14.	
Lois de composition : exercices n° 1.15, 1.16, 1.17, 1.18.	
Chapitre 2. Groupes	28
Propriétés générales : exercices n° 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6.	
Groupes cycliques, groupes finis, ordre d'éléments de groupes : exercices n° 2.7, 2.8, 2.9, 2.10, 2.11, 2.12.	
Groupes de permutations : exercices n° 2.13, 2.14, 2.15, 2.16.	
Homomorphismes : exercices n° 2.17, 2.18, 2.19, 2.20, 2.21, 2.22, 2.23.	
Chapitre 3. Anneaux et corps	47
Propriétés générales : exercices n° 3.1, 3.4.	
Sous-anneaux, idéaux : exercices n° 3.2, 3.3, 3.5, 3.8, 3.9, 3.17.	
Propriétés de l'anneau \mathbb{Z} : exercices n° 3.10, 3.14, 3.15, 3.16.	
Anneaux particuliers : exercices n° 3.6, 3.7.	
Corps : exercices n° 3.11, 3.12, 3.13.	
Chapitre 4. Nombres complexes	70
Exercices de calcul : n° 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.9.	
Application des nombres complexes à la trigonométrie : exercices n° 4.7, 4.8.	
Application des nombres complexes à la géométrie : exercices n° 4.10, 4.11, 4.12, 4.13.	
Chapitre 5. Espaces vectoriels	86
Dimension et bases : exercices n° 5.2, 5.3, 5.6.	
Détermination du rang d'un système de vecteurs : exercices n° 5.4, 5.5.	
Applications linéaires : exercices n° 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, 5.12, 5.13, 5.14, 5.15, 5.19, 5.20.	
Dualité : exercices n° 5.16, 5.17, 5.18.	
Chapitre 6. Matrices	120
Exercices de calcul : n° 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.7, 6.8, 6.9.	
Espaces vectoriels de matrices : exercices n° 6.10, 6.11, 6.12, 6.13, 6.14.	
Matrices et applications linéaires : exercices n° 6.15, 6.16, 6.17, 6.18.	
Rangs de matrices : exercices n° 6.19, 6.20, 6.21.	

Chapitre 7. Déterminants et équations linéaires	153
Calcul de déterminants : exercices n° 7.2, 7.3, 7.4, 7.5, 7.6, 7.7, 7.8, 7.9.	
Inversion de matrices : exercices n° 7.10, 7.11, 7.12, 7.13, 7.14, 7.16.	
Systèmes linéaires : exercices n° 7.17, 7.18, 7.19, 7.20, 7.21, 7.22, 7.23.	
Chapitre 8. Polynômes et fractions rationnelles	177
.Propriétés générales des anneaux de polynômes : exercices n° 8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5, 8.6, 8.7, 8.8, 8.9, 8.11, 8.12, 8.14, 8.15.	
Espaces vectoriels de polynômes : exercices n° 8.10, 8.13.	
Fractions rationnelles : exercices n° 8.16, 8.17, 8.18.	
Chapitre 9. Problèmes de synthèse	204

L'OUVRAGE

Tous les exercices proposés dans cet ouvrage sont assortis d'une solution détaillée. Ils sont classés dans chaque chapitre par ordre de difficulté croissante. Les nouvelles notions apparaissent dans le même ordre que dans le livre d'Algèbre de Michel Queysanne paru dans la même collection.

Ainsi sont présentés successivement des exercices sur les ensembles, applications, relations, analyse combinatoire, lois de composition (chap. I), les groupes (chap. II), les anneaux et corps (chap. III), les nombres complexes (chap. IV), les espaces vectoriels (chap. V), les matrices (chap. VI), les déterminants et équations linéaires (chap. VII), les polynômes et fractions rationnelles (chap. VIII), puis des problèmes de synthèse (chap. IX), qui proviennent le plus souvent des questions posées aux concours d'entrée aux Grandes Ecoles.

LE PUBLIC

Ce recueil d'exercices s'adresse aux étudiants de 1^{re} année des DEUG Sciences des Structures et de la Matière (SSM), Mathématiques et Applications aux Sciences Sociales (MASS), ainsi qu'aux élèves des classes préparatoires aux Grandes Ecoles et des préparations au CAPES et à l'Agrégation de Mathématiques.

LES AUTEURS

FRANÇOISE BOSCHET, ADINA CALVO et BERNARD CALVO sont Maîtres de Conférences à l'Université PARIS 7

JACQUES DOYEN est Maître de Conférences à l'Université de SAVOIE (CHAMBERY)

