

Mathématiques

Léonce LESIEUR
Jean LEFEBVRE

MATHÉMATIQUES : ANALYSE

1^{er} cycle scientifique,
préparation aux grandes écoles



ARMAND COLIN

M223

Série dirigée par André Revuz

Léonce LESIEUR

Professeur à l'Université de Paris XI
(Centre d'Orsay)

avec la collaboration de

Jean LEFEBVRE

Maitre-assistant à l'Université Paris XI
(Centre d'Orsay)

MATHÉMATIQUES : ANALYSE

10^e tirage

N° de Côte: M. 10. 101. 10^e

Faculté des Sciences
BIBLIOTHEQUE
N° d'inventaire: 6575 $\frac{1}{2}$



1^{er} cycle scientifique
préparation aux grandes écoles



ARMAND COLIN

TABLE DES MATIÈRES

Première partie : Fonctions et dérivées

	Pages
CHAPITRE 1 : SUITES.	7
I. Définition d'une suite, 7. – II. Suite croissante, 7. – III. Suite convergente, 8. – IV. Convergence d'une suite croissante majorée, 8. – V. Opérations sur les suites convergentes, 9. – VI. Exemples, 11. – VII. Limite infinie, 12. – VIII. Limite de a^n , 13. – IX. Suites décimales encadrant un nombre réel, 14. – Exercices, 15.	
CHAPITRE 2 : FONCTIONS NUMÉRIQUES DE LA VARIABLE RÉELLE	19
I. Définitions, 19. – II. Limite de $f(x)$ quand x tend vers x_0 , 20. – III. Propriétés des limites, 22. – IV. Continuité en un point, 23. – V. Exemples, 23. – VI. Fonction composée, 24. – VII. Extension aux limites infinies, 25. – VIII. Limites et continuité par valeurs supérieures (ou inférieures) à x_0 , 26. – IX. Fonction continue sur un segment, 26. – Exercices, 28.	
CHAPITRE 3 : FONCTIONS INVERSES (OU RÉCIPROQUES)	33
I. Fonction inverse d'une fonction continue strictement croissante, 33. – II. Graphes de deux fonctions inverses, 35. – III. Exemples de fonctions inverses, 35. – Exercices, 40.	
CHAPITRE 4 : DÉRIVÉES ET DIFFÉRENTIELLES.	43
A) DÉRIVÉES	
I. Définition de la dérivée en un point. Propriétés, 43. – II. Calcul des dérivées, 45. – III. Dérivée d'une fonction composée, 46. – IV. Dérivée d'une fonction inverse, 47. – V. Fonction dérivée. Tableau des dérivées usuelles, 48. – VI. Fonction dérivable sur un segment, 49. – VII. Dérivées successives, 49. – VIII. Dérivée logarithmique, 50.	
B) DIFFÉRENTIELLES	
I. Définition, 51. – II. Interprétation graphique, 51. – III. Calcul des différentielles, 52. – IV. Changement de variable, 52. – Exercices, 53.	

CHAPITRE 5 : FORMULE DES ACCROISSEMENTS FINIS. FORMULE DE TAYLOR. FONCTIONS CONVEXES

57

A) FORMULE DES ACCROISSEMENTS FINIS

I. Théorème de Rolle, 58. – II. Formule des accroissements finis, 59. – III. Application à la variation des fonctions, 60. – IV. Marche à suivre pour étudier la variation d'une fonction, 61. – V. Application au calcul numérique, 62.

B) FORMULE DE TAYLOR

I. Énoncé et démonstration, 63. – II. Formule de Mac-Laurin, 64. – III. Applications, 64.

C) FONCTIONS CONVEXES

I. Notion de fonction convexe, 66. – II. Région convexe, 68. – III. Application aux inégalités, 69.
Exercices, 70.

CHAPITRE 6 : FONCTIONS ÉQUIVALENTES. DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS. APPLICATIONS. FORMES INDÉTERMINÉES

77

A) FONCTIONS ÉQUIVALENTES

I. Infiniment petit, 78. – II. Infiniment grand, 78. – III. Fonctions équivalentes, 78. – IV. Application à la recherche de limites, 79.

B) DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS

I. Définition, 80. – II. Unicité, 80. – III. Opérations sur les développements limités, 81. – IV. Développements limités de Mac-Laurin, 82. – V. Développements limités usuels, 83. – VI. Développement limité d'une fonction composée, 84.

C) APPLICATION A L'ÉTUDE DES COURBES $y = f(x)$

I. Étude au voisinage d'un point, 85. – II. Étude des branches infinies, 86.

D) FORMES INDÉTERMINÉES

Formes $\frac{0}{0}$, 90. – II. Forme $0 \times \infty$, 91. – III. Forme $\frac{\infty}{\infty}$, 92. – IV. Forme $\infty - \infty$, 92. – V. Forme 1^∞ , 93. – VI. Forme 0^0 , 94.

Exercices, 95.

CHAPITRE 7 : MÉTHODES DE RÉOLUTION APPROCHÉE DES ÉQUATIONS NUMÉRIQUES.

101

I. Méthode graphique, 101. – II. Séparation des racines, 102. – III. Résolution par interpolation linéaire, 103. – IV. Méthode d'itération, 105. – Exercices, 108.

Deuxième partie : Intégrales

CHAPITRE 8 : INTÉGRALE DÉFINIE

113

I. Définition et propriétés, 115. – II. Calcul d'une intégrale définie, 121. – Exercices, 130.

CHAPITRE 9 : FONCTIONS LOGARITHMIQUE, EXPONENTIELLE, PUISSANCE	137
I. Fonction logarithmique $\text{Log } x$, 137. – II. Fonction exponentielle $\exp x$, 139. – III. Fonctions $\log_a x$ et $\exp_a(x)$, 142. – IV. Fonction puissance x^m , 146. – V. Comparaison des croissances. Limites classiques, 149. – Exercices, 152.	
CHAPITRE 10 : FONCTIONS HYPERBOLIQUES DIRECTES ET INVERSESES	163
I. Fonction $\text{ch } x$ et $\text{sh } x$, 163. – II. Fonction $\text{th } x$, 166. – III. Fonctions hyperboliques inverses, 167. – Exercices, 174.	
CHAPITRE 11 : CALCUL DES PRIMITIVES	179
I. Méthodes générales, 179. – II. Intégration des fractions rationnelles, 182. – III. Exemples d'intégrations qui se ramènent aux fractions rationnelles, 186. – Exercices, 189.	
CHAPITRE 12 : EXTENSIONS DE LA NOTION D'INTÉGRALE DÉFINIE	193
I. Cas simples de discontinuités de la fonction, 193. – II. Cas où la longueur de l'intervalle d'intégration devient infinie, 194. – III. Cas où la fonction devient infinie pour l'une des bornes, 197. – IV. Critères de convergence, 198. – Exercices, 202.	
CHAPITRE 13 : APPLICATIONS DU CALCUL INTÉGRAL	207
I. Longueur d'un arc de courbe, 207. – II. Aire d'une surface plane, 212. – III. Calcul d'un volume, 214. – IV. Aire d'une zone de révolution, 217. – Exercices, 219.	
CHAPITRE 14 : ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DU PREMIER ORDRE	225
I. Définitions et généralités, 225. – II. Équations à variables séparables, 226. – III. Équations homogènes, 228. – IV. Équations linéaires, 229. – V. Trajectoires orthogonales d'un ensemble de courbes planes, 231. – Exercices, 235.	
CHAPITRE 15 : ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DU SECOND ORDRE	241
I. Définitions et généralités, 241. – II. Intégration de l'équation linéaire et homogène. Cas particulier $b = 0$, 242. – III. Intégration de l'équation linéaire et homogène. Cas général, 245. – Équations différentielles du second ordre $ay'' + by' + cy = f(x)$, 247. – V. Méthodes de la variation des constantes, 252. – VI. Étude du mouvement oscillatoire amorti, 255. – Exercices, 261.	

Troisième partie : Fonctions de plusieurs variables

CHAPITRE 16 : LIMITES ET CONTINUITÉ. DÉRIVÉES.	269
I. Limites et continuités, 269. – II. Dérivées partielles, 274. – Exercices, 280.	

CHAPITRE 17 : DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS. DIFFÉRENTIELLES.	
FONCTIONS IMPLICITES	289
I. Développements limités, 289. – Différentielles, 294. – III. Fonctions implicites, 299. – Exercices, 302.	
CHAPITRE 18 : INTÉGRALES CURVILIGNES	309
I. Champ de vecteurs, 309. – II. Intégrale curviligne d'une forme différentielle le long d'un arc AB , 310. – III. Notation vectorielle, 311. – IV. Propriétés de l'intervalle curviligne, 312. – V. Aire d'une surface limitée par une courbe fermée, 313. – VI. Champ de gradients; fonction de forces, 316. – VII. Champs de vecteurs et équations différentielles, 319. – VIII. Cas de l'espace, 321. – Exercices, 325.	
CHAPITRE 19 : INTÉGRALES MULTIPLES.	331
I. Intégrales doubles, 331. – II. Intégrales triples, 342. – III. Formules de Stokes, 348. – IV. Champs dérivant d'un potentiel, 358. – Exercices, 363.	
PROBLÈMES	372
INDEX.	437



L'OUVRAGE

Cours de Calcul différentiel et Intégral de premier cycle, il comprend l'étude des fonctions d'une variable réelle, de leurs dérivées, de leurs intégrales, et aussi celle des fonctions de plusieurs variables et des intégrales multiples.

Écrit spécialement pour des étudiants, il leur fournit, en même temps que le cours de base, la possibilité d'effectuer un travail personnel dirigé par des exercices accompagnés d'indications et de résultats.

LE PUBLIC

Principalement destiné aux étudiants de première année du premier cycle qui orienteront ensuite leurs études vers les applications, il constitue aussi une première approche pour ceux qui, envisageant de s'orienter vers des études mathématiques, ont besoin de définitions précises et de bases théoriques.

