

# Mathématiques supérieures pour l'homme moderne 4 - Analyse numérique élémentaire

LIBRAIRIE  
TIZI-OU  
TRÈQUE  
COMMUNALE  
Bc

Formation continue  
des cadres  
et ingénieurs

M - 215174

ASSOCIATION D'ÉTUDE POUR  
L'EXPANSION DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

# Mathématiques supérieures pour l'Homme moderne

Formation continue des cadres et ingénieurs

## 4-ANALYSE NUMÉRIQUE ÉLÉMENTAIRE

BIBLIOTHÈQUE COMMUNALE  
11

Ont participé à la rédaction de l'ouvrage :

M<sup>me</sup> Y. AMICE, *Professeur à l'Université de Paris VII*

Edouard DEHAME, *Professeur de Mathématiques supérieures à Poitiers*

Michel DEPAIX, *Professeur à l'Université de Nancy*

Michel LAUDET, *Directeur de l'U. E. R. d'Informatique de Toulouse*

André LICHNEROWICZ, *Professeur au Collège de France*

M<sup>me</sup> G. REVUZ, *Maître-assistante à l'Université de Poitiers*

André REVUZ, *Professeur à l'Université de Paris VII*



IDC 1786 1/1

**DUNOD**  
Paris-Bruzelles-Montréal

# Table des matières

## Chapitre 1. OPÉRATIONS SUR LES POLYNÔMES. INTERPOLATION. DÉRIVATION

1.1	Polynômes de degré $n$ donnés par leurs $(n + 1)$ coefficients $A_i$ .....	1
a)	Calcul des valeurs numériques .....	1
b)	Calcul des dérivées successives .....	2
c)	Division d'un polynôme par $x - a$ .....	4
d)	Division d'un polynôme par $x^2 - sx + p$ .....	5
1.2	Polynômes de degré $n$ définis par $(n + 1)$ valeurs distinctes .....	6
a)	Existence et unicité d'un tel polynôme .....	7
b)	Détermination de ce polynôme. Méthode de Lagrange .....	8
c)	Méthode de Newton .....	13
d)	Cas d'un polynôme de degré $n$ défini par ses $n$ racines .....	20
1.3	Polynômes définis par leurs valeurs et par celles de certaines de leurs dérivées en un nombre fini de points .....	21
1.4	Interpolation et dérivation polynomiales .....	23
a)	Généralités .....	23
b)	Erreurs d'interpolation .....	24

## Chapitre 2. RÉOLUTION DES ÉQUATIONS TRANSCENDANTES

2.1	Généralités .....	27
2.2	Procédés de séparation des racines .....	28
a)	Méthode graphique .....	28
b)	Méthode de balayage .....	28
2.3	Méthodes de resserrement et méthodes d'approximation .....	29
a)	Principe général .....	29
b)	Méthode de subdivision binaire .....	29
c)	Méthode d'interpolation .....	30
d)	Interpolation linéaire .....	30
e)	Développement au voisinage d'une racine. Principe .....	33
f)	Méthode de linéarisation .....	33
g)	Méthode de Schroder .....	35
2.4	Méthodes itératives d'approximations successives .....	38
a)	Principe .....	38
b)	Convergence des méthodes itératives. Ordre de convergence .....	39

c) Condition suffisante de convergence .....	41
d) Accélération de la convergence .....	44
e) Méthode de Wegstein .....	46
f) Méthode d'Aitken .....	49

### Chapitre 3. RÉOLUTION DES ÉQUATIONS ALGÈBRIQUES

3.1 Généralités .....	50
3.2 Classification des méthodes de résolution .....	51
3.3 Première méthode globale ou de séparation : Méthode de Graeffe ...	51
a) Equations à racines étagées .....	51
b) Principe de la méthode de Graeffe .....	53
c) Calcul des coefficients de $f_p(x)$ .....	54
3.4 Deuxième méthode globale : Méthode de Bernoulli .....	55
3.5 Méthodes d'approximation déduites des propriétés de la division d'un polynôme $P_n(x)$ par $(x - x_i)$ .....	58
a) Principe .....	58
b) Méthode de Lin .....	59
c) Méthode de Newton .....	60
3.6 Méthodes déduites des propriétés de la division d'un polynôme $P_n(x)$ par $(x^2 - sx + p)$ .....	62
a) Principe .....	62
b) Méthode de Lin .....	63
c) Méthode de Bairstow .....	63

### Chapitre 4. RÉOLUTION DES SYSTÈMES LINÉAIRES

4.1 Introduction .....	68
4.2 Méthodes directes .....	69
a) Diagonalisation de $A$ .....	69
b) Méthode de triangularisation .....	71
c) Méthodes d'orthogonalisation .....	74
d) Méthode du gradient conjugué (Stiefel-Hestenes) .....	77
4.3 Méthodes itératives. Généralités .....	81
a) Principe .....	81
b) Notations et définitions. Convergence .....	82
c) Partage régulier d'une matrice. Splitting .....	83
4.4 Méthodes itératives fondamentales .....	84
a) Forme générale du splitting .....	84
b) Méthode de Jacobi .....	85
c) Algorithme de Gauss-Seidel .....	86
d) Algorithme de surrelaxation .....	87
4.5 Méthodes itératives de projection .....	88
a) Forme générale des méthodes de projection .....	88
b) Méthode de Kaczmarz .....	89

c) Méthode de Gastinel .....	89
d) Autres méthodes .....	89
e) Méthode de Cimmino .....	90
4.6 Application. Inversion d'une matrice .....	90
a) Généralités .....	90
b) Méthodes itératives .....	91
c) Partition d'une matrice d'ordre $n$ élevé .....	92

**Chapitre 5. CALCUL NUMÉRIQUE DES VALEURS PROPRES ET VECTEURS PROPRES**

5.1 Introduction .....	94
5.2 Calcul des valeurs propres à l'aide du polynôme caractéristique .....	96
a) Méthodes d'interpolation .....	96
b) Méthode de Leverrier .....	96
c) Variante de Souriau. Amélioration de la méthode de Leverrier .....	97
d) Méthode de Krylov .....	98
5.3 Cas de matrices de forme particulière .....	99
a) Polynôme caractéristique des matrices tridiagonales .....	100
b) Polynôme caractéristique des matrices quasi triangulaires (ou de Hessenberg) .....	101
c) Calcul des vecteurs propres d'une matrice tridiagonale .....	101
5.4 Réduction de la matrice à des formes particulières .....	102
a) Méthode de Danilevski (Réduction à la forme de Frobénius) .....	102
b) Méthode de Jacobi. Réduction à la forme diagonale .....	104
c) Méthode de Lanczos. Réduction à la forme tridiagonale .....	107
d) Méthode de Givens. Réduction d'une matrice symétrique à la forme tridiagonale .....	109
e) Quasi-triangularisation d'une matrice .....	110
f) Triangularisation d'une matrice. Algorithme $LR$ de Rutishauser ...	112

# MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES POUR L'HOMME MODERNE

---

- Tome 1 — ***Structures algébriques élémentaires***  
Tome 2 — ***Algèbre linéaire***  
Tome 3 — ***Analyse élémentaire***  
Tome 4 — ***Analyse numérique élémentaire***  
Tome 5 — ***Intégration***  
Tome 6 — ***Analyse fonctionnelle***

Le terme de mathématiques modernes, qui décrit un aspect du développement de cette science, donne souvent lieu à un fâcheux contresens, celui de deux mathématiques qui entreraient en conflit.

En fait, la mathématique n'a cessé, depuis toujours, d'évoluer et de se développer sans jamais se renier. Si elle a connu, au cours des cent cinquante dernières années, une évolution plus profonde que durant toutes les précédentes, elle a cependant recueilli l'héritage des siècles passés et l'a fait fructifier.

De plus, la collaboration de la mathématique avec les autres disciplines n'a cessé de s'accroître. Ceci tant pour appliquer des résultats et des méthodes connus que pour en créer de nouveaux à partir des problèmes posés.

C'est dire que l'homme moderne voit son efficacité dépendre de sa formation mathématique, formation qui ne peut être acquise dans l'isolement à l'égard des autres activités humaines.

« Mathématiques supérieures pour l'homme moderne » présente, à un stade relativement élémentaire et en échelonnant les difficultés, les principaux outils mathématiques, dont les possibilités d'utilisation sont très nombreuses.

Conçu pour la formation continue des cadres et ingénieurs, l'ouvrage donne une base solide à la culture mathématique de l'homme moderne.

---

ISBN 2-04-007749-9