

ASSOCIATION D'ÉTUDE POUR L'EXPANSION DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

# **Mathématiques supérieures pour l'homme moderne**

## **1 - Structures algébriques élémentaires**

**Formation continue  
des cadres  
et ingénieurs**

M 25/71

ASSOCIATION D'ÉTUDE POUR  
L'EXPANSION DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

# Mathématiques supérieures pour l'Homme moderne

Formation continue des cadres et ingénieurs

## 1-STRUCTURES ALGÈBRIQUES ÉLÉMENTAIRES



BIBLIOTHÈQUE COMMUNALE  
TIZI-OUZOU

Ont participé à la rédaction de l'ouvrage :

- M<sup>me</sup> Y. AMICE, Professeur à l'Université de Paris VII
- Edouard DEHAME, Professeur de Mathématiques supérieures à Poitiers
- Michel DEPAIX, Professeur à l'Université de Nancy
- Michel LAUDET, Directeur de l'U. E. R. d'Informatique de Toulouse
- André LICHNEROWICZ, Professeur au Collège de France
- M<sup>me</sup> G. REVUZ, Maître-assistante à l'Université de Poitiers
- André REVUZ, Professeur à l'Université de Paris VII

A.P.C. de TIZLOUZOU  
BIBLIOTHEQUE  
COMMUNALE

Université "Mouloud MAMMERI"  
Faculté des Sciences  
Bibliothèque Département Y.C.T

**DUNOD**  
Paris-Bruxelles-Montréal

N° de Côte: 12641/1

N° d'Inventaire: 2641/1

# Table des matières

## Chapitre 1. ENSEMBLES

1.1	Notion d'ensemble .....	1
1.2	Partie d'un ensemble. Ensemble des parties d'un ensemble.....	4
1.3	Intersection. Réunion. Complémentaire .....	6
1.4	Quelques notions de logique .....	14

## Chapitre 2. GÉNÉRALITÉS SUR LES RELATIONS

2.1	De la notion courante à la notion mathématique .....	21
2.2	Notations. Représentations schématiques .....	23
2.3	Réciproque d'une relation. Composée de deux relations .....	26
2.4	Généralisation. Relations $n$ -aires.....	30

## Chapitre 3. FONCTIONS OU APPLICATIONS

3.1	A la recherche d'un langage précis .....	32
3.2	Définitions relatives aux applications .....	34
3.3	La relation réciproque d'une application .....	41
3.4	Composition des applications .....	46

## Chapitre 4. RELATIONS D'ÉQUIVALENCE

4.1	Introduction et définition .....	51
4.2	Classes d'équivalence .....	53
4.3	Exemples .....	55
4.4	Relation d'équivalence définie par une partition .....	58
4.5	Relation d'équivalence associée à une application .....	59

## Chapitre 5. RELATIONS D'ORDRE

5.1	Introduction et définition .....	60
5.2	Ordre partiel. Ordre total .....	62
5.3	Ordre réciproque .....	63
5.4	Ensembles ordonnés .....	64
5.5	Majorants et minorants d'une partie d'un ensemble ordonné .....	64
5.6	Applications d'un ensemble ordonné dans un ensemble ordonné.....	68

**Chapitre 6. GROUPES**

6.1	Le groupe des permutations d'un ensemble $E$ .....	71
6.2	Autres exemples de groupes .....	75
6.3	Définition et notations .....	77
6.4	Quelques propriétés du calcul dans les groupes .....	78
6.5	Etude des applications $x \mapsto ax$ et $x \mapsto xa$ .....	81
6.6	Sous-groupes .....	86
6.7	Isomorphismes de groupes .....	91
6.8	Notions sur les produits de groupes et les groupes-quotients .....	94

**Chapitre 7. ANNEAUX ET CORPS COMMUTATIFS**

7.1	Définition des anneaux .....	103
7.2	Quelques propriétés du calcul dans les anneaux commutatifs .....	106
7.3	Corps commutatifs .....	109
7.4	Isomorphismes d'anneaux et de corps .....	114

**Chapitre 8. LE CORPS  $\mathbb{R}$  DES RÉELS**

8.1	La structure de corps ordonné de $\mathbb{Q}$ .....	118
8.2	Les axiomes du corps des réels .....	122
8.3	Conséquence de la propriété de la borne supérieure .....	124
8.4	Valeur absolue et distance .....	127
8.5	Développements décimaux .....	129
8.6	Racine $m$ -ième d'un nombre réel .....	135

**Chapitre 9. LE CORPS  $\mathbb{C}$  DES NOMBRES COMPLEXES**

9.1	Préliminaires .....	138
9.2	Définition du corps des complexes .....	139
9.3	Racines carrées d'un nombre complexe .....	145
9.4	Module (ou valeur absolue) d'un nombre complexe .....	148
9.5	Rappels sur les angles .....	153
9.6	Représentation trigonométrique des nombres complexes non nuls ...	157
9.7	Racines $n$ -ième d'un nombre complexe .....	162
9.8	Les nombres complexes considérés comme opérateurs de similitude ..	165

**Chapitre 10. NOTIONS SUR LES POLYNÔMES**

10.1	Des fonctions polynômes aux polynômes formels .....	167
10.2	Etude des polynômes formels .....	170
10.3	Divisibilité des polynômes .....	175
10.4	Retour aux fonctions polynômes. Zéros d'un polynôme .....	179
10.5	Factorisation des polynômes à coefficients complexes .....	183
10.6	Quelques applications de la factorisation .....	188

<b>Index</b> .....	192
--------------------	-----

# MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES POUR L'HOMME MODERNE

---

Tome 1 — ***Structures algébriques élémentaires***

Tome 2 — ***Algèbre linéaire***

Tome 3 — ***Analyse élémentaire***

Tome 4 — ***Analyse numérique élémentaire***

Tome 5 — ***Intégration***

Tome 6 — ***Analyse fonctionnelle***

Le terme de mathématiques modernes, qui décrit un aspect du développement de cette science, donne souvent lieu à un fâcheux contresens, celui de deux mathématiques qui entreraient en conflit.

En fait, la mathématique n'a cessé, depuis toujours, d'évoluer et de se développer sans jamais se renier. Si elle a connu, au cours des cent cinquante dernières années, une évolution plus profonde que durant toutes les précédentes, elle a cependant recueilli l'héritage des siècles passés et l'a fait fructifier.

De plus, la collaboration de la mathématique avec les autres disciplines n'a cessé de s'accroître. Ceci tant pour appliquer des résultats et des méthodes connus que pour en créer de nouveaux à partir des problèmes posés.

C'est dire que l'homme moderne voit son efficacité dépendre de sa formation mathématique, formation qui ne peut être acquise dans l'isolement à l'égard des autres activités humaines.

« Mathématiques supérieures pour l'homme moderne » présente, à un stade relativement élémentaire et en échelonnant les difficultés, les principaux outils mathématiques, dont les possibilités d'utilisation sont très nombreuses.

Conçu pour la formation continue des cadres et ingénieurs, l'ouvrage donne une base solide à la culture mathématique de l'homme moderne.

---

ISBN 2-04-007438-4