

A
G
R
O

MATHEMATIQUES

classes préparatoires
aux Écoles d'Agronomie
premier cycle universitaire

ANALYSE - 2

MATHS SUP / SPÉ C

Jean GUÉGAND
Jean-Pierre GAVINI

ellipses

Faculté des Sciences
BIBLIOTHEQUE
N° d'inventaire: 9533

1
20



Université "Mouloud MAMMERI"
Faculté des Sciences
Bibliothèque Département T.C.T

N° de Côte: ~~11126/II/10~~

MATHEMATIQUES

classes préparatoires
aux Grandes Écoles d'Agronomie

Biologie – Mathématiques Supérieures
et Biologie – Mathématiques Spéciales

et premiers cycles universitaires

ANALYSE - 2

AGRO / MATHS SUP / SPÉ C

Jean GUÉGAND

Agrégé de l'Université
Professeur en Mathématiques Spéciales M
au lycée François 1er (Fontainebleau)

Jean-Pierre GAVINI

Agrégé de l'Université
Professeur en Mathématiques Spéciales C
au lycée François 1er (Fontainebleau)



N° de Côte: ~~11126/II/10~~

N° d'inventaire: ~~276~~

30



TABLE DES MATIÈRES

| | |
|---------------------------------------------------------------------|------------|
| CHAPITRE 1 : SÉRIES ENTIÈRES | 9 |
| 1. Notions sur les suites et séries de fonctions | 9 |
| 2. Séries entières. Rayon de convergence | 12 |
| 3. Opérations algébriques | 22 |
| 4. Compléments sur les séries entières d'une variable complexe | 26 |
| 5. Propriétés des séries entières | 29 |
| 6. Fonctions d'une variable réelle développables en série entière | 34 |
| 7. Fonctions d'une variable complexe développables en série entière | 42 |
| Exponentielle complexe | 43 |
| Fractions rationnelles | 46 |
| <i>Exercices du chapitre 1</i> | 51 |
| CHAPITRE 2 : | |
| A - ESPACES VECTORIELS NORMÉS. FONCTIONS VECTORIELLES | 69 |
| 1. A - Normes sur un espace vectoriel réel ou complexe | 69 |
| B - Présentation des normes usuelles | 71 |
| a) Sur un espace vectoriel de dimension finie | 71 |
| b) Exemples sur un espace vectoriel de dimension infinie | 72 |
| C - Équivalence de normes | 73 |
| 2. Topologie d'un espace vectoriel normé | 75 |
| A - Boules, sphères, ensembles bornés | 75 |
| B - Ensembles ouverts, fermés ; voisinages | 76 |
| 3. Fonctions vectorielles d'une variable réelle | 81 |
| 4. Limites de fonctions vectorielles | 82 |
| A - Généralités | 82 |
| B - Opérations algébriques sur les limites, composition des limites | 85 |
| 5. Fonctions vectorielles continues | 86 |
| 6. Fonctions vectorielles continues par morceaux | 89 |
| 7. Négligeabilité. Équivalence | 90 |
| 8. Fonctions vectorielles dérivables. Dérivée | 93 |
| 9. Dérivées successives, Classe C^k | 98 |
| 10. Développements limités, Formule de Taylor-Young | 99 |
| B - COMPLÉMENTS | 103 |
| 1. Compléments de topologie. Compacité | 103 |
| 2. Compléments sur les séries de vecteurs | 112 |
| 3. Compléments sur l'intégration des fonctions vectorielles | 120 |
| <i>Exercices du chapitre 2</i> | 123 |

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| CHAPITRE 3 : ARCS PARAMÉTRÉS | 129 |
| 1. Arcs paramétrés | 129 |
| 2. Étude locale des arcs paramétrés | 134 |
| 3. Branches infinies des courbes planes | 143 |
| 4. Étude Pratique des courbes planes. Exemples | 145 |
| 5. Exemples d'étude de courbes planes en coordonnées polaires | 151 |
| 6. Compléments : rectification. Calculs de longueur | 155 |
| <i>Exercices du chapitre 3</i> | 160 |
| | |
| CHAPITRE 4 : | |
| A – FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES | 171 |
| Introduction | |
| 1. Notions de limite et de continuité | 171 |
| A - Limite | 172 |
| B - Premiers outils pour la recherche de limites | 173 |
| C - Opérations algébriques | 174 |
| D - Continuité | 175 |
| 2. Composition des fonctions continues | 177 |
| 3. Applications partielles | 178 |
| 4. Dérivées partielles premières | 180 |
| 5. Fonctions de classe C^1 | 184 |
| 6. Composition des fonctions de classe C^1 | 187 |
| 7. Dérivées partielles d'ordre supérieur, classe C^2 | 192 |
| 8. Principe de séparation des variables | 198 |
| 9. Équations aux dérivées partielles | 198 |
| 10. Formes différentielles. Théorème de Poincaré | 204 |
| 11. Compléments sur les fonctions homogènes | 209 |
| | |
| B – COMPLÉMENTS | |
| sur les intégrales dépendant d'un paramètre, et applications | 213 |
| 1. Intégrales dépendant d'un paramètre | 213 |
| 2. Démonstration du théorème de Poincaré | 220 |
| 3. Démonstrations du théorème de d'Alembert | 222 |
| <i>Exercices du chapitre 4</i> | 224 |
| | |
| CHAPITRE 5 : ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES | 233 |
| 1. Généralités sur les équations différentielles affines | 233 |
| Équations différentielles linéaires et séries entières | |
| 2. Équations différentielles linéaires scalaires du premier ordre | 240 |
| 3. Notions sur les équations différentielles linéaires scalaires d'ordre 2 | 243 |
| A - Compléments. Résultats généraux | 243 |
| B - Un cas concret : on connaît une solution de l'équation sans second membre associée ne s'annulant pas | 245 |
| C - Exemples d'utilisation de changement de variables | 247 |
| 4. Exemples de systèmes différentiels à coefficients constants | 250 |
| 5. Exemples d'équations différentielles non linéaires | 256 |
| 6. Applications : | |
| A - Exemples d'équations aux dérivées partielles | 265 |
| B - Recherche de courbes planes vérifiant une condition différentielle | 266 |
| C - Un résultat classique de Sturm | 268 |
| <i>Exercices du chapitre 5</i> | 269 |

CHAPITRE 6 : INTÉGRATION 1

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| INTÉGRALE DES FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES RÉELLES | 279 |
| 1. L'espace $\mathcal{X}(\mathbb{R}^m)$ | 279 |
| 2. Intégrale d'une fonction continue à support compact | 282 |
| 3. L'espace $\mathcal{L}^1(\mathbb{R}^m)$ | 283 |
| 4. Intégrale d'une fonction intégrable | 285 |
| 5. Le théorème de Beppo-Levi | 287 |
| 6. Le théorème de convergence dominée de Lebesgue, et ses conséquences | 295 |
| 7. Fonctions mesurables | 298 |
| 8. Ensembles mesurables | 301 |
| 9. Ensembles intégrables, négligeables | 302 |
| 10. Compléments | 306 |
| 11. Propriétés vraies presque partout | 309 |
| 12. Intégration sur un ensemble mesurable | 312 |
| 13. Propriétés des intégrales sur un domaine A - Linéarité B - Positivité C - Additivité vis-à-vis des domaines | 313 |
| 14. Cas des fonctions continues sur un segment | 315 |
| 15. Cas d'une fonction continue par morceaux | 317 |
| 16. Cas des fonctions localement intégrables sur \mathbb{R} | 318 |
| 17. Cas des fonctions continues sur un ouvert de \mathbb{R}^m | 319 |
| 18. Théorème de Fubini-Lebesgue | 319 |
| 19. Théorème de Fubini-Fatou | 323 |

CHAPITRE 7 : INTÉGRATION 2

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| CALCUL DES INTÉGRALES MULTIPLES (DOUBLES ET TRIPLES) | 325 |
| 1. Résumé du chapitre 6 | 325 |
| 2. Cas des fonctions de deux variables. Théorème de Fubini | 328 |
| 3. Intégration sur un ensemble mesurable. Calculs d'aires | 332 |
| 4. Propriétés des intégrales sur un domaine : A - Linéarité B - Positivité C - Additivité vis-à-vis des domaines | 333 |
| 5. Ensembles élémentaires | 337 |
| 6. Changements de variables Utilisation des symétries. Passage en coordonnées polaires | 341 |
| 7. Intégrales triples. Calculs de volumes | 352 |
| <i>Exercices des chapitres 6 et 7</i> | 357 |

CHAPITRE 8 : COMPLÉMENTS D'ANALYSE

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------|------------|
| | 373 |
| 1. Le lemme de Riemann-Lebesgue | 373 |
| 2. Le théorème de Darboux | 379 |
| 3. Le théorème de Stone-Weierstrass | 382 |
| 4. Notions sur l'intégrale curviligne Formule de Green-Riemann et conséquences | 386 |
| 5. Notions sur le produit de convolution | 394 |
| 6. Notions sur la transformation de Fourier | 397 |
| 7. Notions sur la transformation de Laplace | 410 |

Ce cours de Mathématiques s'adresse aux élèves des classes préparatoires et aux étudiants des 1ers cycles universitaires.

Il traite de la totalité des programmes de Mathématiques supérieures C et Mathématiques spéciales C avec quelques compléments.

C'est aussi un ouvrage destiné à un plus large public en particulier aux biologistes qui désirent renforcer leurs connaissances en Mathématiques.

On trouve à la fin de chaque chapitre des exercices, et pour certains d'entre eux une solution est proposée.

Cet cours de Mathématiques comporte 4 tomes :

Analyse - 1

Analyse - 2

Algèbre

Probabilités



9 782729 894078

ISBN C