

A

MATHEMATIQUES

classes préparatoires
aux Écoles d'Agronomie
premier cycle universitaire

G

ANALYSE - 1

MATHS SUP C

R

Jean GUÉGAND
Jean-Pierre GAVINI

O

ellipses

K 98 1¹/₁₅

M 19 9/17

MATHEMATIQUES

classes préparatoires
aux Grandes Écoles d'Agronomie
Biologie – Mathématiques Supérieures
et Biologie – Mathématiques Spéciales
et premiers cycles universitaires

Université "Moufoud MAMMERI"
Faculté des Sciences
Bibliothèque Département T.C.T

ANALYSE - 1



AGRO/ MATHS SUP C

Jean GUÉGAND

Agrégé de l'Université
Professeur en Mathématiques Spéciales M
au lycée François 1er (Fontainebleau)

Jean-Pierre GAVINI

Agrégé de l'Université
Professeur en Mathématiques Spéciales C
au lycée François 1er (Fontainebleau)

N° d'Inventaire: 381

N° de Côté: M 126/5/21^e

1/3

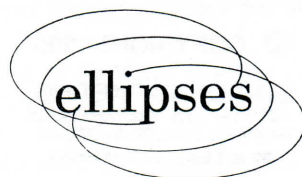


TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE 1 : NOMBRES REELS. NOTIONS DE TOPOLOGIE	13
1. Ensembles de nombres réels. Propriétés algébriques	13
2. Structure d'ordre total. Inégalités	14
3. Intervalles	16
4. Eléments remarquables d'une partie de \mathbb{R}	17
5. Valeur absolue	19
6. Partie entière d'un nombre réel	20
7. Notions de topologie	21
8. Ensemble $\overline{\mathbb{R}}$.	23
<i>Exercices du chapitre 1</i>	24
CHAPITRE 2 : SUITES NUMERIQUES	28
I. SUITES REELLES OU COMPLEXES	28
1. Notion de suite	28
2. Suites complexes bornées, convergentes, divergentes	29
3. Opérations algébriques sur les suites complexes	32
4. Suites extraites	34
5. Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques	36
6. Suites linéairement récurrentes	38
7. Suites équivalentes	41
8. Négligeabilité. Notation de Landau. Croissances comparées	45
9. Complément : théorème de Césaro	47
II. PROPRIETES PARTICULIERES AUX SUITES REELLES	49
10. Définitions particulières aux suites réelles	49
11. Théorèmes de passage à la limite dans une inégalité	54
12. Suites réelles croissantes majorées et décroissantes minorées	55
13. Suites adjacentes	56
14. Complément : le théorème de Bolzano-Weierstrass	59
<i>Exercices du chapitre 2</i>	61

CHAPITRE 3 : FONCTIONS NUMERIQUES	71
1. Opérations algébriques	71
2. Relation d'ordre	72
3. Représentation graphique d'une fonction	73
4. Fonctions monotones	74
5. Extrémum d'une fonction	76
6. Fonctions périodiques	76
7. Parité et imparité	78
<i>Exercices du chapitre 3</i>	80
CHAPITRE 4 : LIMITES DE FONCTIONS NUMERIQUES	83
INTRODUCTION	83
I. LIMITES DES FONCTIONS A VALEURS REELLES	84
1. Définitions, unicité, notation. Limites à gauche et à droite	84
2. Caractérisation de la limite au moyen des suites	87
3. Passage à la limite dans une inégalité	88
4. Opérations algébriques sur les limites	90
5. Composition. Changement de variable	91
6. Fonctions monotones et limites	92
II. FONCTIONS A VALEURS COMPLEXES	93
7. Limites des fonctions à valeurs complexes	93
8. Fonctions équivalentes	95
9. Fonctions négligeables	101
<i>Exercices du chapitre 4</i>	103
CHAPITRE 5 : FONCTIONS CONTINUES	108
1. Définitions, exemples	108
2. Prolongement par continuité	110
3. Caractérisation de la limite au moyen des suites	111
4. Opérations algébriques sur les fonctions continues	111
5. Composition	112
6. Le théorème des valeurs intermédiaires	113
7. Le théorème des bornes. Image d'un segment par une application continue	116
8. Continuité et monotonie. Fonctions continues strictement monotones	117
9. Application au calcul numérique : la méthode par dichotomie partielle	119
<i>Exercices du chapitre 5</i>	121

CHAPITRE 6 : FONCTIONS CIRCULAIRES RECIPROQUES	125
1. Résumé des propriétés des fonctions continues et strictement monotones	125
2. Etude de la fonction Arctangente	125
3. Etude de la fonction Arcsinus	128
4. Etude de la fonction Arccosinus	130
<i>Exercices du chapitre 6</i>	<i>132</i>
CHAPITRE 7 : FONCTIONS DERIVABLES, DERIVEES	138
1. Définitions, exemples	138
2. Interprétation géométrique dans le cas des fonctions à valeurs réelles	141
3. Résultats généraux	143
4. Fonction dérivée	145
5. Opérations algébriques sur les fonctions dérivables	147
6. Composition	149
7. Dérivée d'une fonction réciproque	150
8. Dérivées successives. Fonctions de classe C^n, C^∞	152
<i>Exercices du chapitre 7</i>	<i>155</i>
CHAPITRE 8 : THEOREME DE ROLLE ET APPLICATIONS	159
1. Le théorème de Rolle et la formule de accroissements finis	159
A. Le théorème de Rolle et ses applications	159
B. La formule des accroissements finis	162
2. Applications	164
A. Sens de variation des fonctions dérivables	164
B. Fonctions lipchitziennes	165
C. Théorème de prolongement	167
3. Compléments : formules de Taylor-Lagrange et de Mac-Laurin	168
<i>Exercices du chapitre 8</i>	<i>169</i>
CHAPITRE 9 : ÉTUDES DE FONCTIONS NUMERIQUES	173
1. Ensemble de définition, domaine d'étude	173
2. Etude aux bornes, branches infinies	175
3. Convexité	180
4. Points d'inflexion	184
5. Exemple	185
<i>Exercices du chapitre 9</i>	<i>187</i>

CHAPITRE 10 : SUITES RECURRENTES	189
1. Définitions, exemples	189
2. Itération par une fonction continue	191
3. Itération par des fonctions monotones	192
4. Itération par des fonctions lipschitziennes	194
5. Application au calcul numérique	197
<i>Exercices du chapitre 10</i>	198
CHAPITRE 11 : CALCUL INTEGRAL	205
I. PRIMITIVES ET INTEGRALES	205
Introduction	205
1. Primitives	205
2. Intégrale des fonctions continues sur un segment	207
3. Intégrale des fonctions continues par morceaux sur un segment	209
A. Fonctions continues par morceaux	209
B. Intégrale des fonctions continues par morceaux sur un segment	212
C. Extension du symbole intégrale	213
4. Inégalités	215
A. Positivité de l'intégrale	216
B. Inégalité de Cauchy-Schwarz	219
II. PRIMITIVES DES FONCTIONS CONTINUES	222
5. Primitives des fonctions continues	222
A. Intégrale fonction de sa borne supérieure	222
B. Formule de la moyenne	224
C. Intégration par parties	225
D. Changement de variable	230
E. Exemples d'études de fonctions définies par des intégrales	233
III. LE THEOREME DE LA VALEUR MOYENNE.	
CALCUL NUMERIQUE D'INTEGRALES	234
6. Approximations de l'intégrale :	234
A. Le théorème de la valeur moyenne	234
B. Application du calcul intégral au calcul d'ailes planes	239
C. Calcul numérique d'intégrales	242
D. La méthode des trapèzes	243
E. La méthode de Simpson	245
CHAPITRE 12 : CALCUL DES PRIMITIVES	249
Primitives usuelles	249
A. Polynômes et fractions rationnelles	250
B. Polynômes trigonométriques et fractions rationnelles en sin, cos	
La règle de Bioche	254

C. Fractions rationnelles en exp (ch, sh)	257
D. Primitives de fonctions contenant un radical.	
Notions sur les intégrales abéliennes	258
<i>Exercices des chapitres 11 et 12</i>	262
CHAPITRE 13 : ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINEAIRES A COEFFICIENTS CONSTANTS	269
1. Généralités sur les équations différentielles	269
2. Résolution des équations linéaires : du premier et du second ordre	271
3. Existence de solutions, résolution du problème de Cauchy	276
4. Résolution de l'équation affine (complète)	279
5. Exemples	282
<i>Exercices du chapitre 13</i>	284
CHAPITRE 14 : APPLICATIONS DU CALCUL INTEGRAL A L'ETUDE LOCALE	290
1. Inégalité des accroissements finis. Théorème de prolongement	290
2. Formules de Taylor	292
A. Formule de Taylor avec reste intégral. Inégalité de Taylor Lagrange	292
B. Compléments : quelques développements en série utiles	294
3. Etude locale : développements limités, théorème de Taylor-Young	295
A. Développements limités. Définition, parties régulière et principale	295
B. Opérations sur les développements limités	
Intégration d'un développement limité	299
C. Théorème de Taylor-Young	303
D. Développements limités usuels	305
4. Applications. Exemples d'étude de fonctions	308
<i>Exercices du chapitre 14</i>	314
CHAPITRE 15 : INTEGRALES IMPROPRES	320
1. Introduction. Définitions. Propriétés	320
2. Premier critère de convergence : utilisation des primitives	
Les fonctions de Riemann	326
3. Le cas fondamental des fonctions positives. Critères de convergence	328
4. La convergence absolue	330
5. Intégration par parties	335
6. Changement de variable	337
7. Conclusion : (limite à l'infini)	339
<i>Exercices du chapitre 15</i>	341

CHAPITRE 16 : SERIES NUMERIQUES	349
1. Généralités sur les séries numériques Définitions. Opérations sur les séries convergentes	349
2. Premiers exemples :	352
A. Les séries géométriques	352
B. Séries télescopiques : le principe des dominos ou de télescopage	353
3. Séries à termes positifs	354
A. Premiers critères de convergence	354
B. Comparaison logarithmique	356
C. Comparaison à une série géométrique. La règle de d'Alembert	357
D. Comparaison à une intégrale impropre. Critère intégral de Cauchy Les séries de Riemann. Un exemple utile : les séries de Bertrand	358
4. Quelques propriétés des séries complexes	361
A. La convergence absolue	361
B. Complément : l'exemple des séries alternées	363
C. Le produit de Cauchy de séries absolument convergentes	365
D. Compléments : Groupement de termes. Convergence commutative	368
<i>Exercices du chapitre 16</i>	372
INDEX	381
INDEX DES NOTATIONS	383

Ce cours de Mathématiques s'adresse aux élèves des classes préparatoires et aux étudiants des 1ers cycles universitaires.

Il traite de la totalité des programmes de Mathématiques supérieures C et Mathématiques spéciales C avec quelques compléments.

C'est aussi un ouvrage destiné à un plus large public en particulier aux biologistes qui désirent renforcer leurs connaissances en Mathématiques.

On trouve à la fin de chaque chapitre des exercices, et pour certains d'entre eux une solution est proposée.

Cet cours de Mathématiques comporte 4 tomes :

Analyse - 1

Analyse - 2

Algèbre

Probabilités