

M 184

Éléments d'algèbre linéaire

Corina Reischer
André Paradis
Raymond Leblanc

3584



1992
Presses de l'Université du Québec
Case postale 250, Sillery, Québec G1T 2R1

TABLE DES MATIÈRES

AVANT-PROPOS	xi
LISTE DE NOTATIONS	xv
CHAPITRE I Espaces linéaires	1
1.1 Définitions et propriétés générales.....	1
1.2 Combinaisons linéaires, dépendance et indépendance linéaire.....	9
1.3 Base et dimension d'un espace linéaire.....	15
1.4 Isomorphismes d'espaces linéaires.....	31
1.5 Sous-espaces linéaires.....	35
1.6 Intersection et somme de sous-espaces linéaires.....	46
1.7 Espaces linéaires quotients.....	57
Exercices.....	61
CHAPITRE II Algèbres linéaires	69
2.1 Définitions et propriétés générales.....	69
2.2 Quelques exemples d'algèbres linéaires.....	74
2.3 Polynômes annihilateurs.....	87
2.4 Constantes de structure d'une algèbre linéaire.....	90
2.5 L'algèbre des quaternions.....	99
2.6 Le théorème de Frobenius.....	105
2.7 Algèbres non associatives.....	113
Exercices.....	119
CHAPITRE III Espaces euclidiens	125
3.1 Produit scalaire.....	125
3.2 L'inégalité de Cauchy-Schwarz.....	130
3.3 Orthogonalité.....	132

3.4	Espaces normés - Espaces métriques.....	136
3.5	Le déterminant de Gram.....	142
3.6	Systèmes orthonormaux.....	146
3.7	Décompositions orthogonales d'un espace euclidien.....	157
3.8	Projection orthogonale d'un vecteur sur un sous-espace linéaire.....	163
3.9	Application - La méthode des moindres carrés.....	168
3.10	Application - Codes linéaires.....	172
	Exercices.....	181

CHAPITRE IV Opérateurs linéaires..... 189

4.1	Définitions et propriétés générales.....	189
4.2	Le noyau et l'image d'un opérateur linéaire.....	193
4.3	L'espace linéaire $L_a(X, Y)$	198
4.4	L'algèbre linéaire $L_a(X)$	201
4.5	Matrices et opérateurs linéaires.....	203
4.6	Formes linéaires.....	211
	Exercices.....	220

CHAPITRE V Valeurs propres et vecteurs propres d'un opérateur linéaire..... 229

5.1	Sous-espaces invariants par rapport à un opérateur linéaire.....	229
5.2	Valeurs et vecteurs propres.....	236
5.3	Propriétés des valeurs propres et des vecteurs propres.....	247
5.4	Sous-espaces propres d'un opérateur linéaire.....	251
	Exercices.....	256

CHAPITRE VI Matrices polynômiales..... 263

6.1	Définitions et propriétés générales.....	263
6.2	L'algorithme de division - Le théorème de Cayley-Hamilton.....	267
6.3	Matrices polynômiales régulières.....	273
6.4	Transformations élémentaires sur les λ -matrices.....	276
6.5	La forme canonique de Smith-MacMillan d'une λ -matrice.....	279

6.6	Facteurs invariants d'une λ -matrice.....	283
6.7	Diviseurs élémentaires d'une λ -matrice.....	288
	Exercices.....	295
CHAPITRE VII Formes normales et formes de Jordan d'une matrice.....		301
7.1	Polynômes annihilateurs et polynôme minimal d'une matrice.....	301
7.2	Facteurs invariants et diviseurs élémentaires d'une matrice.....	306
7.3	La première forme normale d'une matrice.....	312
7.4	La deuxième forme normale d'une matrice.....	314
7.5	Les formes de Jordan d'une matrice.....	316
7.6	Quelques remarques concernant les formes normales et les formes de Jordan.....	320
7.7	Application aux équations différentielles.....	323
	Exercices.....	328
CHAPITRE VIII Opérateurs linéaires sur un espace euclidien.....		335
8.1	Formes linéaires sur un espace euclidien.....	335
8.2	Opérateur adjoint.....	337
8.3	Opérateurs auto-adjoints.....	343
8.4	Opérateurs unitaires.....	350
8.5	Opérateurs normaux.....	359
8.6	Opérateurs auto-adjoints non négatifs et positifs.....	366
8.7	Projections.....	373
8.8	Décomposition spectrale d'un opérateur normal.....	381
	Exercices.....	391
CHAPITRE IX Formes bilinéaires.....		397
9.1	Définitions et propriétés générales.....	397
9.2	Forme canonique d'une forme bilinéaire.....	409
9.3	Formes quadratiques.....	414
9.4	Forme normale d'une forme quadratique.....	425
9.5	Les invariants d'une forme quadratique.....	440

9.6	Formes bilinéaires sur un espace euclidien	446
9.7	Application. Le groupe de Lorentz	452
9.8	Application à la géométrie. Surfaces quadratiques	463
9.9	Application à la statistique. Formes quadratiques de variables aléatoires normales	479
9.10	Formes multilinéaires	489
9.11	Application. Déterminants	495
9.12	Produit tensoriel d'espaces linéaires	496
	Exercices	504
INDEX ALPHABÉTIQUE		513