

Blouin,
Davesne,
Giard,
Laliberté,
Lavoie

ALGÈBRE LINÉAIRE

ET GÉOMÉTRIE

gaëtan morin
éditeur

Blouin, Davesne, Giard,
Laliberté, Lavoie

M 176

3531



ALGÈBRE LINÉAIRE ET GÉOMÉTRIE

*Hommage
de l'éditeur*



gaëtan morin
éditeur

TABLE DES MATIÈRES

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| AVANT-PROPOS | XI |
| CHAPITRE 1: VECTEURS GÉOMÉTRIQUES | 1 |
| 1.1 INTRODUCTION A LA NOTION DE VECTEUR | 1 |
| 1.2 VECTEURS ET SCALAIRES | 2 |
| 1.3 REPRÉSENTATION, NOTATION, OPPOSÉ, VECTEUR NUL | 2 |
| 1.3.1 Représentation graphique | 4 |
| 1.3.2 Notation | 4 |
| 1.3.3 Opposé d'un vecteur | 5 |
| 1.3.4 Vecteur nul | 5 |
| 1.4 EGALITÉ OU ÉQUIPOLLENCE DES VECTEURS | 6 |
| 1.5 ADDITION DES VECTEURS, SOUSTRACTION, PROPRIÉTÉS | 6 |
| 1.5.1 Méthode du parallélogramme | 7 |
| 1.5.2 Méthode du triangle | 8 |
| 1.5.3 Soustraction de vecteurs | 9 |
| 1.5.4 Propriétés de l'addition des vecteurs | 10 |
| 1.6 EXERCICES | 13 |
| 1.7 PRODUIT D'UN VECTEUR PAR UN SCALAIRE | 13 |
| 1.7.1 Définition | 14 |
| 1.7.2 Propriétés du produit d'un vecteur par un scalaire | 16 |
| 1.7.3 Vecteurs parallèles | 18 |
| 1.7.4 Applications | 21 |
| 1.8 EXERCICES | 25 |
| CHAPITRE 2: VECTEURS GÉOMÉTRIQUES (SUITE) | 25 |
| 2.1 COMBINAISON LINÉAIRE | 25 |
| 2.2 DÉPENDANCE ET INDÉPENDANCE LINÉAIRE; VECTEURS COLINEAIRES ET COPLANAIRES | 26 |
| 2.2.1 Dépendance et indépendance linéaire d'un ensemble de vecteurs | 29 |
| 2.2.2 Vecteurs colinéaires | 30 |
| 2.2.3 Vecteurs coplanaires | 33 |
| 2.3 EXERCICES | 36 |
| 2.4 LES VECTEURS GÉOMÉTRIQUES DU PLAN | 36 |
| 2.4.1 Notion de base et de repère | 39 |
| 2.4.2 Représentation des vecteurs géométriques dans le plan cartésien | 42 |
| 2.4.3 Norme d'un vecteur | 44 |
| 2.5 LES VECTEURS GÉOMÉTRIQUES DE L'ESPACE | 44 |
| 2.5.1 Base dans l'espace | 46 |
| 2.5.2 Représentation graphique dans l'espace | 48 |
| 2.5.3 Représentation des vecteurs géométriques de l'espace | 50 |
| 2.5.4 Norme d'un vecteur géométrique de l'espace | 51 |
| 2.6 OPÉRATIONS SUR LES VECTEURS EXPRIMÉS PAR LEURS COMPOSANTES | 55 |
| 2.7 EXERCICES | 58 |
| 2.8 LIEUX GÉOMÉTRIQUES | 61 |
| 2.9 EXERCICES | 67 |
| CHAPITRE 3: VECTEURS ALGÈBRIQUES | 67 |
| 3.1 DÉFINITION DES VECTEURS ALGÈBRIQUES | 67 |
| 3.2 OPÉRATIONS SUR LES VECTEURS ALGÈBRIQUES | 68 |
| 3.2.1 Égalité | 68 |

| | | |
|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.2.2 | Addition - Propriétés - Soustraction | 69 |
| 3.2.3 | Multiplication par un scalaire | 70 |
| 3.2.4 | Vecteurs colinéaires | 72 |
| 3.3 | EXERCICES | 73 |
| 3.4 | ESPACES VECTORIELS | 73 |
| 3.4.1 | Présentation informelle du concept d'espace vectoriel | 74 |
| 3.4.2 | Définition | 75 |
| 3.4.3 | Combinaison linéaire | 76 |
| 3.4.4 | Dépendance et indépendance linéaire | 78 |
| 3.4.5 | Base d'un espace vectoriel - Dimension - Norme d'un vecteur | 80 |
| 3.4.6 | D'autres espaces vectoriels | 82 |
| 3.4.7 | Sous-espace vectoriel | 83 |
| 3.5 | EXERCICES | 83 |
| 3.6 | APPLICATIONS DES VECTEURS ALGEBRIQUES DANS DIVERS DOMAINES | 84 |
| CHAPITRE 4: MATRICES | | 89 |
| 4.1 | VOCABULAIRE | 89 |
| 4.2 | ALGEBRE DES MATRICES | 93 |
| 4.3 | PROPRIETES | 95 |
| 4.4 | EXERCICES | 96 |
| 4.5 | PRODUIT MATRICIEL | 97 |
| 4.6 | PROPRIETES DU PRODUIT MATRICIEL | 101 |
| 4.7 | EXERCICES | 102 |
| 4.8 | TRANSPOSEE D'UNE MATRICE ET PROPRIETES | 104 |
| 4.9 | EXERCICES | 106 |
| 4.10 | AUTRE NOTATION POUR LES MATRICES | 107 |
| 4.11 | EXERCICES | 108 |
| CHAPITRE 5: DÉTERMINANTS | | 109 |
| 5.1 | EXEMPLES DE CALCUL DE DETERMINANTS | 109 |
| 5.2 | DÉFINITION DU DETERMINANT | 111 |
| 5.3 | AUTRES PROPRIETES | 113 |
| 5.4 | EXERCICES | 116 |
| 5.5 | CALCUL DES DETERMINANTS D'ORDRE 1, 2, 3 | 117 |
| 5.5.1 | Déterminants d'ordre 1 | 117 |
| 5.5.2 | Déterminants d'ordre 2 | 117 |
| 5.5.3 | Déterminants d'ordre 3 | 118 |
| 5.6 | EXERCICES | 121 |
| 5.7 | MINEUR COFACTEUR | 122 |
| 5.8 | MATRICE TRANSPOSEE ET DETERMINANTS | 126 |
| 5.9 | ENCORE DES PROPRIETES | 127 |
| 5.10 | EXERCICES | 127 |
| 5.11 | RANG D'UNE MATRICE | 129 |
| 5.12 | EXERCICES | 131 |
| CHAPITRE 6: INVERSION DES MATRICES | | 133 |
| 6.1 | DÉFINITIONS | 133 |
| 6.2 | EXERCICES | 135 |
| 6.3 | MATRICE INVERSE | 135 |
| 6.4 | EXISTENCE DE A^{-1} - METHODE DE LA MATRICE ADJOINTE | 136 |
| 6.5 | EXERCICES | 139 |
| 6.6 | VERS LA METHODE D'ELIMINATION DE GAUSS | 140 |

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| CHAPITRE 7: SYSTÈMES LINÉAIRES | 143 |
| 7.1 DÉFINITIONS | 143 |
| 7.2 EXERCICES | 150 |
| 7.3 FORME ECHELON; SOLUTIONS D'UN SYSTÈME | 151 |
| 7.4 EXERCICES | 161 |
| 7.5 EXPRESSIONS D'UN SYSTÈME D'EQUATIONS LINÉAIRES | 162 |
| 7.6 EXERCICES | 165 |
| 7.7 LES MÉTHODES DE RÉSOLUTION | 166 |
| 7.7.1 Méthode de résolution par élimination et substitution | 166 |
| 7.7.2 Méthode d'élimination de Gauss | 171 |
| 7.7.3 Méthode de Cramer | 174 |
| 7.7.4 Méthode de la matrice inverse | 176 |
| 7.8 EXERCICES | |
| 7.9 UNE NOUVELLE MÉTHODE POUR INVERSER LES MATRICES; RÉSOLUTION SIMULTANÉE DE SYSTÈMES PAR LA MÉTHODE D'ÉLIMINATION DE GAUSS | 182 |
| 7.10 EXERCICES | 185 |
| 7.11 RANG D'UN SYSTÈME D'EQUATIONS LINÉAIRES | 186 |
| 7.12 EXERCICES | 189 |
| CHAPITRE 8: PRODUITS DE VECTEURS | 191 |
| 8.1 LE PRODUIT SCALAIRE | 197 |
| 8.2 VECTEUR PROJECTION ET MESURE ALGÈBRE | 202 |
| 8.3 EXERCICES | 204 |
| 8.4 LE PRODUIT VECTORIEL | 211 |
| 8.5 EXERCICES | 211 |
| 8.6 LE PRODUIT MIXTE | 213 |
| 8.7 EXERCICES | 215 |
| CHAPITRE 9: LA DROITE DANS LE PLAN | 215 |
| 9.1 EQUATIONS DÉJÀ CONNUES DE LA DROITE | 217 |
| 9.2 EQUATIONS VECTORIELLE, PARAMÉTRIQUES, SYMÉTRIQUE ET ALGÈBRE D'UNE DROITE | 226 |
| 9.3 EXERCICES | 227 |
| 9.4 POSITIONS RELATIVES DE DEUX DROITES | 227 |
| 9.4.1 Droites parallèles, confondues ou distinctes | 228 |
| 9.4.2 Droites sécantes Point d'intersection | 229 |
| 9.5 ANGLE ENTRE DEUX DROITES SÉCANTES | 232 |
| 9.6 DISTANCE D'UN POINT À UNE DROITE | 234 |
| 9.7 EXERCICES | 239 |
| CHAPITRE 10: LA DROITE DANS L'ESPACE | 239 |
| 10.1 EQUATIONS VECTORIELLE, PARAMÉTRIQUES ET SYMÉTRIQUES D'UNE DROITE DANS L'ESPACE | 248 |
| 10.2 EXERCICES | 250 |
| 10.3 POSITIONS RELATIVES DE DEUX DROITES DANS \mathbb{R}^3 | 256 |
| 10.4 ANGLE ENTRE DEUX DROITES DE L'ESPACE | 260 |
| 10.5 EXERCICES | 262 |
| 10.6 NOTION DE DISTANCE DANS L'ESPACE | 262 |
| 10.6.1 Distance d'un point à une droite de \mathbb{R}^3 | 264 |
| 10.6.2 Distance entre deux droites de \mathbb{R}^3 | 264 |
| 1 ^{er} cas: droites parallèles | 265 |
| 2 ^e cas: droites gauches | 267 |
| 3 ^e cas: droites sécantes | 267 |

| | | |
|-------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 10.7 | APPLICATION A LA RECHERCHE DE POINTS PARTICULIERS D'UNE DROITE DE L'ESPACE | 268 |
| 10.7.1 | Point d'une droite le plus rapproché d'un point donné | 268 |
| 10.7.2 | Points de deux droites gauches les plus rapprochés l'un de l'autre | 271 |
| 10.8 | EXERCICES | 273 |
| CHAPITRE 11: LE PLAN DANS L'ESPACE | | 277 |
| 11.1 | EQUATIONS VECTORIELLE, PARAMETRIQUES, ALGEBRIQUE ET NORMALE D'UN PLAN | 277 |
| 11.2 | EXERCICES | 288 |
| 11.3 | POSITIONS RELATIVES DE DEUX PLANS, D'UNE DROITE ET D'UN PLAN | 291 |
| 11.3.1 | Plans parallèles, confondus ou distincts | 291 |
| 11.3.2 | Plans sécants Droite d'intersection | 292 |
| 11.3.3 | Positions relatives d'une droite et d'un plan | 295 |
| 11.4 | ANGLE ENTRE DEUX PLANS SECANTS | 298 |
| 11.5 | NOTION DE DISTANCE | 302 |
| 11.5.1 | Distance d'un point à un plan | 302 |
| 11.5.2 | Distance entre deux plans parallèles | 305 |
| 11.5.3 | Applications à la recherche de points particuliers d'un plan | 307 |
| 11.5.3.1 | Point d'un plan le plus rapproché d'un point donné | 307 |
| 11.5.3.2 | Points de deux droites gauches les plus rapprochés l'un de l'autre | 310 |
| 11.6 | EXERCICES | 310 |
| 11.7 | FAISCEAUX DE PLANS | 315 |
| 11.8 | PLANS PROJETANTS D'UNE DROITE | 319 |
| 11.9 | EXERCICES | 325 |
| ANNEXE: RÉSUMÉ DE TRIGONOMÉTRIE | | 327 |
| REPONSES | | 339 |
| INDEX | | 367 |