

ALGÈBRE DE BOOLE

THÉORIE,
MÉTHODES DE CALCUL,
APPLICATIONS

AVEC EXERCICES

N. PERMINGEAT
D. GLAUDE

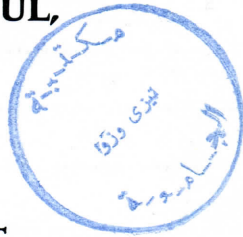
MASSON 

M 175

ALGÈBRE DE BOOLE

**THÉORIE,
MÉTHODES DE CALCUL,
APPLICATIONS**

AVEC EXERCICES



**Noël PERMINGEAT
Denis GLAUDE**

Enseignants de Mathématiques à l'IUT de Valence

4115 $\frac{1}{2}$

2^e tirage corrigé

MASSON

Paris Milan Barcelone Bonn

1991

TABLE DES MATIERES

Avant-propos	IX
CHAPITRE I. - Algèbre des parties d'un ensemble	1
I - Notion de référentiel	2
II - Ensemble des parties d'un référentiel	2
III - Les opérations dans $P(E)$	4
IV - Applications d'un référentiel vers $\{0,1\}$	7
EXERCICES	9
CHAPITRE II. - Calculs en algèbre de Boole	11
I - Structure d'algèbre de Boole	12
II - Principe de dualité	14
III - Pratique du calcul booléen	15
IV - Règles et théorèmes sur les égalités	21
V - Ordre dans une algèbre de Boole	22
EXERCICES	24
CHAPITRE III. - Calcul propositionnel	27
PARTIE A. - Propositions	28
I - Notion de proposition	28
II - Connecteurs de propositions	29
III - Les relations entre propositions	31
IV - Propositions et algèbre de Boole $(\{0,1\}, +, -, \cdot)$	33
PARTIE B. - Formes propositionnelles	36
I - Notion de forme propositionnelle	36
II - Formes propositionnelles et propositions	36
III - Connecteurs de formes propositionnelles	37
IV - Formes propositionnelles sur E et algèbre $(\Phi(E), +, -, \cdot)$	37
PARTIE C. - Applications	40
I - Calculs sur des propositions	40
II - Simplification de propriétés	40
III - Exemple de l'introduction	42
IV - Autre exemple d'écriture booléenne	43
EXERCICES	44

CHAPITRE IV. - Structure d'algèbre de Boole - I -	49
I - Sous-algèbres de Boole.....	50
II - Isomorphismes d'algèbres de Boole	52
III - Atomes d'une algèbre de Boole finie	55
IV - Préunivers d'une algèbre de Boole finie	60
V - Le théorème de Stone	62
EXERCICES	65
CHAPITRE V. - Structure d'algèbre de Boole - II -	67
I - L'algèbre de Boole $G(a_1, a_2, \dots, a_n)$	68
II - Parties libres d'une algèbre de Boole	77
III - Parties génératrices d'une algèbre de Boole	80
IV - Bases d'une algèbre de Boole	83
V - Exemples de détermination d'une base ou d'une partie génératrice minimale	84
EXERCICES	87
CHAPITRE VI. - Simplification d'une expression booléenne	93
PARTIE A. - Eléments indépendants	94
I - Méthodes graphiques	94
II - Méthodes algébriques	98
PARTIE B. - Eléments liés	108
I - Méthodes graphiques	108
II - Méthodes algébriques	109
EXERCICES	111
CHAPITRE VII. - Phénomènes binaires et algèbre de Boole	117
I - Présentation d'exemples divers	118
II - Vecteurs binaires	119
III - Eléments binaires indépendants et bases de $\{0,1\}^N$	122
IV - Eléments binaires liés et parties génératrices de $\{0,1\}^{N-p}$	127
V - Etude d'exemples divers	130
EXERCICES	139
CHAPITRE VIII. - Fonctions booléennes. Fonctions \wp-booléennes ..	145
PARTIE A. - Fonctions booléennes	146
I - L'algèbre des fonctions booléennes de plusieurs variables binaires ..	146
II - Etude des fonctions booléennes de plusieurs variables binaires	149
III - Dualité et fonctions booléennes	155
IV - Fonctions booléennes symétriques	157

PARTIE B. - Fonctions \wp-booléennes	160
I - Etude d'un exemple	160
II - Notion de fonction \wp -booléenne	162
EXERCICES	164
CHAPITRE IX. - La disjonction exclusive et sa duale	175
I - Les opérations duales \oplus et \odot	176
II - Le calcul galoisien	176
III - Représentations graphiques et expressions $\Sigma\Pi$	181
EXERCICES	185
CHAPITRE X. - Les opérations et les opérateurs NOR et NAND	193
I - Les opérations duales NOR et NAND	194
II - Les opérateurs NOR ET NAND	196
III - Représentation sur un diagramme de Veitch	200
IV - Systèmes complets	202
EXERCICES	204
Bibliographie	207
Table des notations	208
Index terminologique	209
Note au lecteur	213

ALGÈBRE DE BOOLE

THÉORIE, MÉTHODES DE CALCUL, APPLICATIONS

N. PERMINGEAT

D. GLAUDE

La connaissance de l'algèbre de Boole s'avère nécessaire dans de nombreux domaines scientifiques ou techniques. Avec un souci de clarté qu'ils doivent à leur expérience d'enseignant, les auteurs ont voulu :

- exposer d'une manière complète mais simple la théorie en ensemble fini;
- permettre au lecteur une pratique aisée des diverses formes de calcul attachées à la théorie;
- montrer comment l'algèbre de Boole sert à la résolution de problèmes concrets très variés;
- proposer au lecteur de nombreux exercices.

Cet ouvrage répondra à l'attente de tous les étudiants utilisant l'algèbre de Boole : I.U.T.; B.T.S.; D.P.C.T. du C.N.A.M.; D.E.U.G. scientifiques... L'étudiant d'un cycle supérieur (maîtrises d'électronique, d'automatique, d'électrotechnique, d'informatique, de gestion, M.I.A.G.E., écoles d'ingénieurs...) y trouvera un complément mathématique indispensable à sa spécialité.



9 782225 815034

ISBN: 2-225-81503-8