

ELEMENTS D'ANALYSE NUMERIQUE

M. ATTEIA - M. PRADEL

108

192
EXE 04

M 170

3549

1
1



ÉLÉMENTS D'ANALYSE NUMÉRIQUE

M. ATTEIA – M. PRADEL

CEPADUES-EDITIONS
111, rue Nicolas-Vauquelin – 31100 Toulouse (F)

Table des Matières

PREMIÈRE PARTIE

Approximation et Interpolation polynomiales à une dimension

CHAPITRE I

Interpolation polynomiale

1. Le problème	3
2. L'interpolant de Lagrange	4
3. L'interpolant de Newton	5
4. Calcul symbolique sur les polynômes – Application à l'interpolation	9
5. Erreur d'interpolation	11
6. Convergence de l'interpolation polynomiale	14

CHAPITRE II

Fonctions "spline" polynomiale sur \mathbb{R}

1. L'espace $S_m([a, b]; \Delta)$	18
2. Fonction "spline" de degré impair	22

CHAPITRE III

Représentations approchées de fonctionnelles linéaires

1. Représentations exactes sur $P_n[a, b], n \in \mathbb{N}$	32
2. Représentations exactes sur $S_m([a, b]; \Delta)$	37
3. Représentations exactes sur $\tau_{2m+1}([a, b]; \Delta)$	39

CHAPITRE IV

Approximation polynomiale aux moindres carrés

1. Le problème discret	41
2. Le problème continu	42
3. Propriétés des polynômes orthogonaux	44
4. Formules d'intégration approchée de Gauss	45

CHAPITRE V
Compléments :

Un premier pas dans la formalisation de la théorie de l'interpolation

1. Le problème de l'interpolation linéaire	49
2. Le problème dual de l'interpolation linéaire	51
3. Convergence de l'interpolation	51

DEUXIÈME PARTIE

Résolution numérique des problèmes différentiels avec condition(s) initiales(s)

CHAPITRE VI

Généralités sur les équations et problèmes différentiels

1. Equations et problèmes différentiels	55
2. Condition(s) suffisante(s) d'existence de solution(s) du problème (S_0)	57
3. La méthode de la série de Taylor	58
4. La méthode de Picard	59

CHAPITRE VII

La méthode d'Euler ou méthode de la ligne polygonale de Cauchy-Lipschitz

1. Description de la méthode d'Euler	63
2. Interprétation de la méthode d'Euler	64
3. Evaluation de l'erreur - Convergence	65

CHAPITRE VIII

Méthodes à pas séparés (ou à un pas)

1. Définition	69
2. Consistance, stabilité, convergence des méthodes à pas séparés	71
3. Ordre d'une méthode à pas séparés	74
4. Evaluation de l'erreur dans une méthode à pas séparés	77

CHAPITRE IX

La méthode de Runge et Kutta (R-K)

1. Introduction	83
2. Définition de la méthode de R-K. Exemples	84
3. Stabilité de la méthode de R-K	90
4. Méthodes à pas liés (ou pas multiples)	90

TROISIÈME PARTIE

Analyse numérique matricielle

CHAPITRE X

Les méthodes directes

1. Matrices élémentaires; notion de rang; propriétés des systèmes linéaires.....	98
2. La méthode de Gauss	100
3. Méthode de Cholesky	104
4. Méthode de Householder	106

CHAPITRE XI

Notion de norme - Etude de l'erreur

1. La notion de norme	111
2. Normes matricielles	112
3. Etude de l'erreur	116

CHAPITRE XII

Les méthodes itératives

1. Principe des méthodes itératives	119
2. Rayon spectral	122
3. Les techniques itératives classiques	126
4. Convergence des méthodes itératives	129
5. Convergence des méthodes itératives dans le cas où la matrice du système (Σ) est tridiagonale par blocs	131
6. Cas des matrices symétriques	134

CHAPITRE XIII

Méthodes itératives et problèmes variationnels

1. Résolution du système $AX = B$: point de vue géométrique.....	137
2. La méthode de Jacobi (ou de Southwell)	139
3. Méthode de la plus grande pente	140
4. Méthode du gradient conjugué	142
5. Point de vue variationnel	143

APPENDICE

Les formes matricielles canoniques

1. Le polynôme minimal.....	145
2. La forme de Frobénius.....	147
3. La forme de Jordan.....	150