



cours et exercices de
mathématiques

classes préparatoires
1^{ers} cycles universitaires

Tome 3

GÉOMÉTRIE

PIERRE VIGOUREUX

ellipses

M 166 / T3

Cours et exercices de Mathématiques

Tome 3

Géométrie

Classes préparatoires
1^{ers} cycles universitaires

Pierre Vigoureux

Agrégé de Mathématiques
Professeur en classe de Mathématiques Spéciales TS

avec la participation de
Annik Rainsard

4656 $\frac{1}{4}$



TABLE DES MATIERES

1	Déterminants	5
	1. Formes n-linéaires alternées.....	5
	2. Déterminants	6
	2.1. Déterminant d'un système de vecteurs	6
	2.2. Déterminant d'un endomorphisme.....	7
	2.3. Déterminant d'une matrice carrée.....	8
	3. Calcul des déterminants	8
	4. Application : résolution de systèmes linéaires	10
	QUESTIONS DE COURS.....	11
	EXERCICES	12
	INDICATIONS ET CORRIGES.....	15
2	Réduction des endomorphismes	33
	1. Endomorphismes stabilisant une famille de sous-espaces vectoriels.....	33
	2. Diagonalisation.....	33
	2.1. Eléments propres d'un endomorphisme.....	33
	2.2. Eléments propres d'une matrice.....	35
	2.3. Endomorphismes diagonalisables.....	35
	3 Compléments.....	37
	3.1. Relations entre valeurs propres et coefficients d'une matrice.....	37
	3.2. Matrices semblables	37
	QUESTIONS DE COURS.....	38
	EXERCICES	38
	INDICATIONS ET CORRIGES.....	43
3	Produit scalaire	74
	1. Espaces préhilbertiens	74
	1.1. Espace préhilbertien réel	74
	1.2. Espace préhilbertien complexe.....	74
	1.3. Premières propriétés	75
	1.4. Orthogonalité.....	76
	2. Espaces euclidiens.....	78
	2.1. Expression matricielle du produit scalaire.....	78
	2.2. Orthogonal d'un sous-espace vectoriel	78
	2.3. Endomorphismes symétriques.....	79
	2.4. Endomorphismes orthogonaux	79
	2.5. Orientation.....	80
	3. Plan euclidien	81
	4. Espace euclidien de dimension 3	81
	4.1. Orientation d'une droite D et du plan orthogonal à D	81
	4.2. Produit vectoriel	82
	4.3. Endomorphismes orthogonaux	82
	QUESTIONS DE COURS.....	83
	EXERCICES	84
	INDICATIONS ET CORRIGES.....	90

4	Calcul différentiel	124
	1. Espaces vectoriels normés.....	124
	1.1. Norme dans un espace vectoriel de dimension finie	124
	1.2. Suites convergentes	125
	1.3. Fonctions continues	126
	1.4. Fonctions vectorielles de la variable réelle.....	127
	2. Calcul différentiel.....	128
	2.1. Dérivée suivant un vecteur	128
	2.2. Applications composantes, applications partielles	128
	2.3. Différentielle.....	129
	2.4. Difféomorphisme.....	132
	3 Fonctions à valeurs dans \mathbb{R}	133
	3.1. Dérivées partielles d'ordre 2	133
	3.2. Extremums.....	133
	3.3. Fonctions implicites.....	135
	EXERCICES	137
	INDICATIONS ET CORRIGES.....	141
5	Champs et potentiels	166
	1. Rappels.....	166
	2. Champs.....	167
	2.1. Champ de scalaires	167
	2.2. Champ de vecteurs.....	167
	3. Gradient.....	167
	3.1. Définition.....	167
	3.2. Quelques propriétés.....	167
	3.3. Surfaces de niveau	168
	4. Divergence, rotationnel	168
	4.1. Définitions	168
	4.2. Propriétés	169
	4.3. Composées.....	169
	5. Potentiel.....	169
	5.1. Potentiel scalaire.....	169
	5.2. Potentiel vecteur	170
	6. Opérateur nabla	170
	7. Forme différentielle.....	170
	8. Compléments.....	171
	8.1. Gradient en coordonnées cylindriques	171
	8.2. Gradient en coordonnées sphériques	171
	EXERCICES	172
	INDICATIONS ET CORRIGES.....	175
	Index alphabétique	190
	Index thématique des exercices	191