

Gabriel  
ARCHINARD

Bernard  
GUERRIEN

# ANALYSE MATHÉMATIQUE POUR ÉCONOMISTES

*Cours et exercices corrigés*

 ECONOMICA

4<sup>e</sup> édition

M 163

**Gabriel  
ARCHINARD**

*Université de Genève*

**Bernard  
GUERRIEN**

*Université de Paris 1 (Panthéon-Sorbonne)*

# **ANALYSE MATHÉMATIQUE POUR ÉCONOMISTES**

*Cours et exercices corrigés*



**4<sup>e</sup> édition**

3779  $\frac{1}{1}$



**ECONOMICA**

49, rue Héricart, 75015 Paris

## TABLE DES MATIERES

Présentation de la troisième édition. . . . .	1
<b>PREMIERE PARTIE : LES FONCTIONS RÉELLES D'UNE VARIABLE RÉELLE. . . . .</b>	<b>3</b>
Préliminaires. . . . .	5
Chapitre 1. Suites et séries . . . . .	31
Chapitre 2. Limites de fonctions . . . . .	61
Chapitre 3. Continuité d'une fonction réelle. . . . .	77
Chapitre 4. Infiniment petits, infiniment grands, fonctions équivalentes au voisinage d'un point . . . . .	93
Chapitre 5. Dérivées. . . . .	109
Chapitre 6. Différentielle d'une application en un point . . . . .	121
Chapitre 7. Le théorème des accroissements finis. . . . .	129
Chapitre 8. Approximation d'une fonction par un polynôme. Développements de Taylor. . . . .	143
Chapitre 9. Recherche des extrema d'une fonction dérivable . . . . .	157
Chapitre 10. Fonctions concaves et fonctions convexes . . . . .	171
Chapitre 11. Primitives et intégrales . . . . .	193
Chapitre 12. Intégrales généralisées (ou impropres) . . . . .	211
<b>DEUXIEME PARTIE : FONCTIONS RÉELLES DE PLUSIEURS VARIABLES RÉELLES . . . . .</b>	<b>219</b>
Chapitre 13. Présentation des fonctions réelles de plusieurs variables. Représentation des fonctions de deux variables . . . . .	221
Chapitre 14. Distance, limites, continuité . . . . .	233
Chapitre 15. Dérivées et élasticités partielles. . . . .	249
Chapitre 16. Différentielle en un point d'une application de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}^p$ . . . . .	265
Chapitre 17. Le théorème des accroissements finis. Dérivation en chaîne. Fonctions homogènes . . . . .	283

Chapitre 18. Les fonctions implicites . . . . .	299
Chapitre 19. Extrema locaux d'une fonction de plusieurs variables libres. Conditions nécessaires de premier ordre . . . . .	327
Chapitre 20 (1) - Extrema locaux d'une fonction de plusieurs variables soumises à des contraintes en forme d'égalité : conditions nécessaires du premier ordre . . . . .	337
Chapitre 20 (2) - Extrema locaux d'une fonction de plusieurs variables sous contraintes en forme d'inégalités : les conditions de Kuhn et Tucker. . . . .	367
Chapitre 21. La formule de Taylor pour une fonction de plusieurs variables . . . . .	397
Chapitre 22. Extrema locaux d'une fonction de plusieurs variables libres ou sous contraintes : conditions du deuxième ordre . . . . .	405
Chapitre 23. Fonctions concaves quasi-concaves. Fonctions convexes, quasi-convexes . . . . .	439

**TROISIEME PARTIE : EQUATIONS DE RÉCURRENCE ET DIFFÉRENTIELLES. INTRODUCTION AUX NOTIONS D'ÉQUILIBRE ET DE STABILITÉ . . . . .** 464

Chapitre 24. Les nombres complexes . . . . .	465
Chapitre 25. Equations de récurrence linéaires à coefficients constants . . . . .	475
Chapitre 26. Etude du comportement des solutions d'un système d'équations de récurrence linéaire lorsque $t$ tend vers l'infini. . . . .	493
Chapitre 27. Equations de récurrence non linéaires . . . . .	503
Chapitre 28. Equations différentielles linéaires à coefficients constants . . . . .	517
Chapitre 29. Etude du comportement des solutions d'un système d'équations différentielles linéaires lorsque $t$ tend vers l'infini. . . . .	525
Chapitre 30. Equations différentielles non linéaires du 1er ordre - équilibre et stabilité. . . . .	537
Chapitre 31 (1) - Equations différentielles non linéaires d'ordre $n$ - équilibre et stabilité. . . . .	553
Chapitre 31 (2) - Quasi stabilité et stabilité globale d'un processus . . . . .	569

**QUATRIEME PARTIE : ÉLÉMENTS SUR LES ESPACES TOPOLOGIQUES ET MÉTRIQUES . . . . .** 587

Chapitre 32. Quelques éléments sur les espaces topologiques . . . . .	589
Chapitre 33. Espaces métriques et espaces vectoriels normés . . . . .	622
Chapitre 34. Un théorème d'existence de solution d'équations différentielles . . . . .	647

TABLE DES MATIERES

669

Chapitre 35. Théorème du point fixe et théorème des fonctions implicites . . . . . 655

INDEX . . . . . 663

TABLE DES MATIERES . . . . . 667



*Cet ouvrage traite des principaux résultats d'analyse mathématique qui apparaissent, à un moment ou à un autre, lors des études en Sciences économiques. Il couvre, à la fois, le programme de DEUG et de la licence, en insistant sur un certain nombre de questions importantes pour l'économiste : fonctions concaves et convexes, problèmes d'optimisation avec ou sans contraintes (méthode des multiplicateurs de Lagrange, théorème de Kuhn et Tucker), modèles dynamiques (séquentiels ou continus), équilibre et stabilité, etc. La présentation adoptée cherche à être la plus pédagogique possible, tout en ne sacrifiant en rien la rigueur mathématique : introduction progressive des divers concepts, exercices nombreux et divers permettant de les assimiler, démonstrations difficiles reportées en fin de chapitre, de façon à ne pas alourdir la présentation.*

*Dans cette quatrième édition, un certain nombre de formulations et de démonstrations ont été simplifiées, par rapport à l'édition précédente, notamment en ce qui concerne des résultats classiques en macroéconomie (théorème enveloppe et quasi-concavité). En revanche, la partie sur les systèmes séquentiels et différentiels – en liaison avec les notions d'équilibre et de stabilité – a été profondément remaniée, et de nouveaux exercices sont proposés.*



ISBN 2-7178-2240-2

150 F