

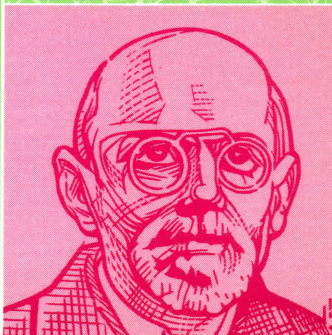
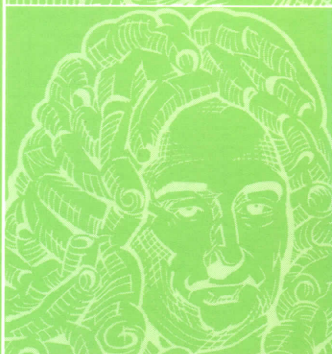
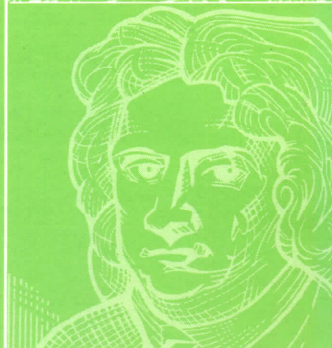
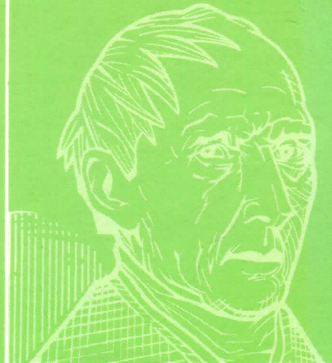
MATHÉMATIQUES
SUPÉRIEURES ET SPÉCIALES

5

analyse fonctionnelle

AVEC EXERCICES

H. Lehning



MASSON 

M161

MATHÉMATIQUES
SUPÉRIEURES ET SPÉCIALES

5

analyse
fonctionnelle

AVEC EXERCICES

Hervé LEHNING
Professeur de Mathématiques spéciales, Paris

5184 $\frac{2}{4}$



Table des matières

Première partie

ESPACES FONCTIONNELS

Chapitre 1. NORME UNIFORME	2
Norme uniforme	2
Définition 2. - Convergence uniforme 3. - Complétude 6. - Remarque sur la compacité 9. -	
Densité uniforme	10
Théorème de Stone Weierstrass 10. - Exemples d'utili- sation 11. -	
Approximation uniforme	13
Choix des points d'interpolation 14. - Interpolation de Tchebychev 17. - Utilisation 18. -	
EXERCICES	21
Chapitre 2. NORMES HILBERTIENNES	33
Produit scalaire	33
Formes sesquilinéaires hermitiennes 33. - Inégalité de Cauchy-Schwartz 36. - Orthogonalité 37. -	
Normes hilbertiennes	37
Théorème et définition 37. - Théorème de Pythagore 38. -	
Familles orthogonales	39
Définition 39. - Procédé d'orthogonalisation de Schmidt 40	
Approximation au sens des moindres carrés	44
Théorème de projection 44. - Exemple : coefficients de Fourier 45. - Egalité de Parseval 48. -	
EXERCICES	52

Deuxième partie

FONCTIONS DEFINIES PAR UNE SERIE OU UNE INTEGRALE

Chapitre 3. SERIES DE FONCTIONS	59
Les différents type de convergence	59
Convergence simple 60. - Convergence normale 60. - Convergence uniforme 60. - Exemples 61. -	

Théorèmes généraux	63
Théorèmes d'interversion des limites 63. - Intégration à terme 66. - Dérivation terme à terme 67. -	
EXERCICES	70
Chapitre 4. SERIES ENTIERES	75
Définition et convergence	75
Définition 75. - Rayon de convergence 75. - Calcul du rayon de convergence 77. -	
Opérations sur les séries entières	79
Opérations algébriques 79. - Opérations analytiques 80. - Somme d'une série entière 81. -	
Développement en série entière	84
Définition 84. - Série de Taylor 85. - Cas des fonctions usuelles 86. - Fractions rationnelles 89. -	
Applications	91
Calcul approché d'une fonction 91. - Résolution d'une équation différentielle 92. - Calcul d'une intégrale 94..	
EXERCICES	96
Chapitre 5. SERIES TRIGONOMETRIQUES	107
Définition	107
Forme réelle 107. - Forme complexe 108. -	
Convergence	109
Cas de convergence normale 109. - Calcul des coefficients 111	
Séries de Fourier	111
Définition 112. - Convergence 113. - Exemples 116. -	
Applications	120
Problème des cordes vibrantes 120. - Solutions stationnaires 121. - Méthode de Fourier 122. -	
EXERCICES	125
Chapitre 6. FONCTIONS DEFINIES PAR UNE INTEGRALE	137
Cas élémentaire	138
Intégrale dépendant d'un paramètre	142
Théorème 142. - Cas d'une intégrale impropre 146. - Généralisation 148. -	
Applications	151
Un exemple de calcul 151. - Division des fonctions 153. -	
EXERCICES	155

Troisième partie

EQUATIONS DIFFERENTIELLES

Chapitre 7. EQUATIONS DIFFERENTIELLES DU PREMIER ORDRE	167
Le cas linéaire	167
Définition 167. - Théorème d'existence et d'unicité 170.-	
Résolution pratique 171. -	
Le cas général	173
Généralités 173. - Théorème de Cauchy-Lipschitz 176. -	
Résolution d'une équation différentielle 180. -	
Applications	182
EXERCICES	183
Chapitre 8. RESOLUTION APPROCHEE	196
La méthode d'Euler	196
Méthode à un pas 196. - Méthode à plusieurs pas 199. -	
Exemples 202. -	
Améliorations	203
Méthode de Runge-Kutta 203. - Programmation 205. -	
Utilisation 206. -	
Démonstration du théorème de Cauchy-Lipschitz	206
Existence d'une solution locale 207. - Unicité d'une solu-	
tion locale 209. - Existence et unicité d'une solution	
maximale 209. -	
EXERCICES	210
Chapitre 9. EQUATIONS DIFFERENTIELLES LINEAIRES D'ORDRE DEUX	216
Equations différentielles linéaires d'ordre deux	216
Théorème d'existence et d'unicité 217. - Résolution pra-	
tique 218. - Cas des coefficients constants 221. - Méthode	
de la variation des constantes 224. -	
Systèmes différentiels linéaires	226
Définitions 226. - Théorème d'existence et d'unicité 228.-	
Résolution pratique 229. -	
Applications	230
EXERCICES	233
Index alphabétique	247

L'expérience de l'application des anciens programmes ainsi que l'évolution des moyens de calcul ont provoqué de nombreux changements de programmes dans les classes de Mathématiques Supérieures et de Mathématiques Spéciales.

Leur but essentiel est de replacer les Mathématiques par rapport à leurs applications et aux nouveaux moyens informatiques.

Cette série structurée par thèmes couvre essentiellement les programmes de type P, P', T, T', TA et TB en 8 volumes (5 en Analyse et 3 en Algèbre-Géométrie) comportant chacun un grand nombre d'exercices.

La partie ANALYSE se compose de :

TOPOLOGIE
DÉRIVATION
INTÉGRATION ET SOMMATION
ANALYSE EN DIMENSION FINIE
ANALYSE FONCTIONNELLE

Cet ouvrage est consacré à l'étude des fonctions définies comme sommes de séries (entières ou de Fourier en particulier) ou comme intégrales ainsi qu'à celle des espaces de fonctions et des équations différentielles.



9 782225 812262

ISBN: 2-225-81226-8