

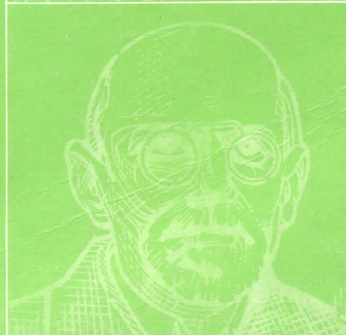
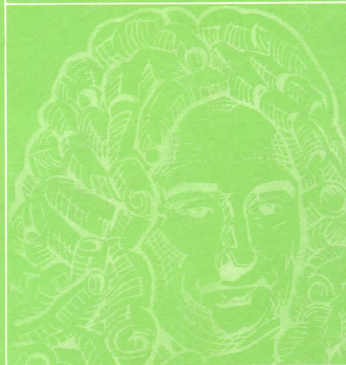
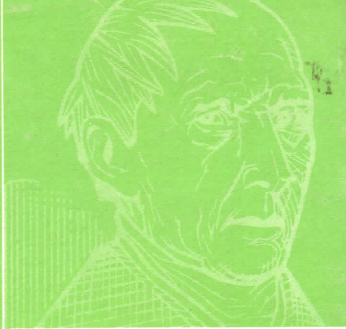
MATHÉMATIQUES
SUPÉRIEURES ET SPÉCIALES

2

dérivation

AVEC EXERCICES

**H. Lehning
D. Jakubowicz**



MASSON 

M 161

MATHÉMATIQUES
SUPÉRIEURES ET SPÉCIALES



AVANT PROPOS

dérivation

AVEC EXERCICES

Hervé LEHNING

Professeur de Mathématiques spéciales, Paris

Daniel JAKUBOWICZ

Professeur de Mathématiques spéciales, Versailles

i 5191

$\frac{2}{4}$



MASSON
Paris New York Barcelone Milan Mexico São Paulo 1987

TABLE DES MATIÈRES

Première partie

DERIVEES

	9
Chapitre 1 - DERIVABILITE	10
Dérivée d'une fonction	10
Relation de prépondérance.....	10
Dérivée d'une fonction réelle d'une variable réelle	10
Différentielle d'une fonction numérique	12
Interprétation géométrique de la dérivée	12
Dérivée à gauche. Dérivée à droite	14
Dérivée d'une fonction à valeurs complexes	15
Application dérivée	15
Règles de calcul sur les fonctions dérivables	16
Structure d'espace vectoriel et linéarité	16
Dérivée d'un produit. Structure d'algèbre	17
Dérivée d'un quotient	18
Dérivée logarithmique	19
Dérivée d'une fonction composée	20
Dérivées d'ordre supérieur	21
Dérivée n-ième d'une fonction	21
Formule de Leibniz	22
EXERCICES	24
Chapitre 2 - MONOTONIE ET DERIVABILITE	27
Caractérisation des fonctions monotones	27
Caractérisation d'une fonction monotone	27
Caractérisation d'une fonction strictement monotone	28
Fonctions réciproques	29
Dérivée d'une fonction réciproque	29
Difféomorphisme de classe C^n	31
EXERCICES	32
Chapitre 3 - CALCUL DES DERIVEES	34
Dérivées des fonctions usuelles	34
Calcul des dérivées des fonctions usuelles	34
Tableau des dérivées des fonctions usuelles	36
Calcul des dérivées	37
Utilisation des formules générales	37
Exemples de calcul direct	37
Prolongement de la dérivée en un point	38
Exemples de calculs de dérivées n-ièmes	40
Calcul approché d'une dérivée d'une fonction numérique .	41
EXERCICES	45

Deuxième partie

ETUDE LOCALE D'UNE FONCTION

	49
Chapitre 4 - DEVELOPPEMENTS LIMITES	50
Prépondérance et équivalence	50
Relation de prépondérance	50
Relation d'équivalence	51
Développements limités	53
Développement limité d'une fonction	53
Développements asymptotiques	55
Autres propriétés des développements limités	57
Exemple de recherche expérimentale	59
EXERCICES	61
Chapitre 5 - CALCUL DES DEVELOPPEMENTS LIMITES	62
Opérations sur les développements limités	62
Structure d'algèbre	62
Développement limité d'une primitive et d'une dérivée ..	67
Théorème de Taylor-Young	69
Développement limité d'un quotient	73
Développement limité d'une fonction composée	75
Développement limité d'une fonction réciproque	77
Applications des développements limités	80
Recherche d'équivalents ou de limites	80
Etude locale d'une fonction	85
EXERCICES	89

Troisième partie

ETUDE GLOBALE D'UNE FONCTION

	101
Chapitre 6 - EXTREMUMS	102
Extremums absolus et relatifs	102
Extremums d'une fonction numérique	102
Principe de recherche des extremums	103
Exemples	103
Recherche expérimentale des extremums	105
Utilisation de la dérivée	105
Balayage de l'intervalle	106
Dichotomie	107
EXERCICES	110
Chapitre 7 - ACCROISSEMENTS FINIS	113
Le théorème de Rolle	113
Théorème	113
Application à la résolution d'équations	114

Théorème des accroissements finis	116
Théorème	116
Théorème de Taylor-Lagrange	117
L'inégalité de Taylor-Lagrange	119
Inégalité des accroissements finis	119
L'inégalité de Taylor-Lagrange	121
Calcul approché de la valeur d'une fonction	123
Utilisation de l'inégalité des accroissements finis ..	123
Utilisation de l'inégalité de Taylor-Lagrange	124
EXERCICES	126
 Chapitre 8 - CONVEXITE	 136
Définitions et propriétés	136
Définitions	136
Propriétés	137
Fonctions convexes de classe C^1	141
Applications	142
Inégalités de convexité	142
Résolution d'équations	144
EXERCICES	145
 Chapitre 9 - ETUDE D'UNE FONCTION	 148
Exemples d'étude de fonctions régulières	148
Premier exemple	148
Deuxième exemple	149
Exemples de fonctions non régulières	151
Premier exemple	151
Deuxième exemple	152
Troisième exemple	152
EXERCICES	153
 Chapitre 10 - RESOLUTION DES EQUATIONS	 156
Séparation des racines d'une équation	156
Ordre de multiplicité d'un zéro	156
Séparation des zéros d'une fonction	157
Programme de séparation des zéros	158
Méthode de dichotomie	159
Principe	159
Programmation et exemple	160
Méthode des approximations successives	162
Principe de la méthode	162
Exemples	163
Améliorations de la méthode	168
Méthode de Newton	168
Validité de la méthode et programmes	170
EXERCICES	174
 FORMULAIRE	 180
Dérivées des fonctions usuelles	180
Développements limités usuels	182
 INDEX	 183

L'expérience de l'application des anciens programmes ainsi que l'évolution des moyens de calcul ont provoqué des changements de programmes dans les classes de Mathématiques Supérieures et de Mathématiques Spéciales.

Leur but essentiel est de replacer les Mathématiques par rapport à leurs applications et aux nouveaux moyens informatiques.

Cette série structurée par thèmes couvre essentiellement les programmes de type P, P', T, T', TA et TB en 8 volumes (5 en Analyse et 3 en Algèbre-Géométrie) comportant chacun un grand nombre d'exercices.

La partie ANALYSE se compose de :

TOPOLOGIE
DÉRIVATION
INTÉGRATION ET SOMMATION
ANALYSE EN DIMENSION FINIE
ANALYSE FONCTIONNELLE

Cet ouvrage est consacré à la dérivation des fonctions réelles et complexes d'une variable réelle.



9 782225 808760

ISBN: 2-225-80876-7