

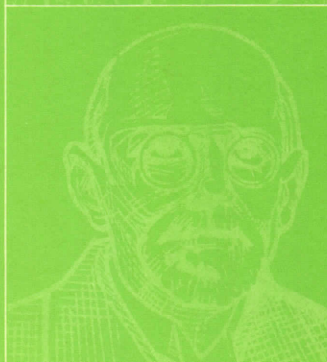
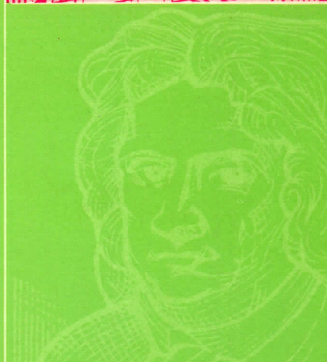
MATHÉMATIQUES
SUPÉRIEURES ET SPÉCIALES

1

topologie

AVEC EXERCICES

H. Lehning



MASSON 

M 161

**MATHÉMATIQUES
SUPÉRIEURES ET SPÉCIALES**

1

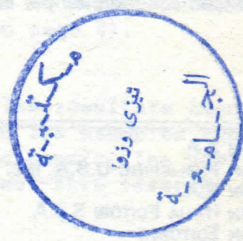
topologie

AVEC EXERCICES

Hervé LEHNING

Professeur de Mathématiques Spéciales, Paris

i 5190 $\frac{21}{4}$



MASSON

Paris New York Barcelone Milan Mexico São Paulo 1985

TABLE DES MATIÈRES

Première partie

BORNE SUPERIEURE

Chapitre 1 - STRUCTURE ORDONNEE DE \mathbb{R}	10
Ensembles ordonnés	10
Relation d'ordre	10
Parties d'un ensemble ordonné	11
Intervalles	13
Corps commutatif totalement ordonné \mathbb{R}	15
Définition	15
Valeur absolue	16
L'ensemble $\bar{\mathbb{R}}$	17
Axiomes d'Archimède et de la borne supérieure	17
Théorème de la borne supérieure	17
Quelques applications	17
EXERCICES	22

Deuxième partie

SUITES REELLES

Chapitre 2 - CONVERGENCE	26
Définitions	26
Algèbre des suites réelles	26
Principaux modes de définition d'une suite	27
Sous-algèbre des suites bornées	29
Propriétés à partir d'un certain rang	29
Comparaison des suites	30
Limite zéro	30
Relation de prépondérance	32
Relation d'équivalence	33
Notion de limite	35
Limite finie	35
Limite infinie	41
Calcul numérique de la limite	43
Erreur et incertitude	43
Méthode de calcul	43
Accélération de la convergence	45
EXERCICES	46
Chapitre 3 - THEOREMES D'EXISTENCE DE LA LIMITE	51
Suites monotones	51
Définition	51

Théorème de la limite monotone	52
Application à l'étude de certaines suites	53
Valeurs d'adhérence	56
Définition	56
Suites extraites	57
Propriétés des suites bornées	58
Critère de Cauchy	60
Suites de Cauchy	60
Utilisation du critère	61
Théorème du point fixe	62
EXERCICES	63

Troisième partie

TOPOLOGIE DE \mathbb{R}

Chapitre 4 - TOPOLOGIE DE L'ORDRE	68
Voisinages d'un point	68
Définitions	68
Convergence d'une suite	69
Ouverts de \mathbb{R}	70
Définition	70
Intérieur d'une partie	71
Fermés de \mathbb{R}	72
Définition	72
Caractérisation avec des suites	72
Adhérence d'une partie	73
Compacts de \mathbb{R}	75
Propriété de Bolzano-Weierstrass	75
Théorème des segments emboîtés	75
EXERCICES	77

Quatrième partie

FONCTIONS REELLES

Chapitre 5 - CONTINUITÉ	80
Limite suivant une partie	80
Définition	80
Lien avec les limites de suites	82
Règles de calcul sur les limites	86
Continuité sur un intervalle	86
Image réciproque d'un ouvert	87
Image continue d'un intervalle	87
Image continue d'un segment	89
Monotonie	89
Définition et règles de calcul	89

Théorème de la limite monotone.....	90
Continuité.....	91
EXERCICES	92
Chapitre 6 - THEOREME DES FONCTIONS RECIPROQUES	95
Homéomorphismes	95
Définition	95
Caractérisation	96
Exemples	98
Logarithmes et exponentielles.....	98
Fonctions circulaires réciproques	98
Trigonométrie hyperbolique	102
Définitions	102
Formulaire	103
Fonctions hyperboliques réciproques	103
Applications	105
EXERCICES	108
Chapitre 7 - SUITES DE FONCTIONS	110
Définitions	110
Continuité de la limite uniforme	112
Approximation uniforme d'une fonction continue	113
Continuité uniforme	113
Approximation par des fonctions en escalier	114
EXERCICES	115
Cinquième partie	
TOPOLOGIE DE \mathcal{C}	
Chapitre 8 - TOPOLOGIE DE \mathcal{C}	118
Suites complexes	118
Définition	118
Convergence.....	119
Valeurs d'adhérence.....	120
Critère de Cauchy	121
Topologie de \mathcal{C}	122
Voisinages d'un point	122
Extension de la topologie de \mathbb{R} à \mathcal{C}	123
Fonctions réelles à valeurs dans \mathcal{C}	123
Limite suivant une partie	123
Image continue d'un segment	124
Suites de fonctions	125
EXERCICES	127
INDEX	127

L'expérience de l'application des anciens programmes ainsi que l'évolution des moyens de calcul ont provoqué des changements de programmes dans les classes de Mathématiques Supérieures et de Mathématiques Spéciales.

Leur but essentiel est de replacer les Mathématiques par rapport à leurs applications et aux nouveaux moyens informatiques.

Cette série structurée par thèmes couvre essentiellement les programmes de type P, P', T, T', TA et TB en 8 volumes (5 en Analyse et 3 en Algèbre-Géométrie) comportant chacun un grand nombre d'exercices.

La partie ANALYSE se compose de :

TOPOLOGIE
DÉRIVATION
INTÉGRATION ET SOMMATION
ANALYSE EN DIMENSIONS FINIES
ANALYSE FONCTIONNELLE

Cet ouvrage traite des notions les plus importantes de topologie réelle et complexe sur lesquelles est fondé l'essentiel de l'analyse à ce niveau.



9 782225 806681

ISBN: 2-225-80668-3