

Mohammed HAZI

**Espaces Topologiques en général
et
Espaces Métriques en particulier**

1ère et 2ème années d'université
et des Grandes Ecoles Scientifiques

OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES

Mohammed HAZI

Ecole Normale Supérieure

Kouba - Alger

**Espaces Topologiques en général
et
Espaces Métriques en particulier**

1ère et 2ème années d'université
et des Grandes Ecoles Scientifiques

M. 153 IDC 474 $\frac{1}{1}$



OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES

1, Place centrale de Ben-Aknoun (Alger)

SOMMAIRE

INTRODUCTION

PREMIERE PARTIE: ESPACES TOPOLOGIQUES

CHAPITRE 1 : TOPOLOGIE USUELLE DE \mathbb{R}

1.1 Introduction.....	02
1.2 Rappels.....	03
1.3 Ensembles ouverts.....	07
1.4 Ensembles fermés.....	12
1.5 Voisinages.....	14
1.6 Points d'accumulation - points isolés.....	17
1.7 Théorème fondamentaux.....	22
1.8 Droite réelle achevée.....	27
Exercices.....	31

CHAPITRE 2: ESPACES TOPOLOGIQUES, DEFINITIONS ET PROPRIETES GENERALES

2.1 Ensembles ouverts et ensembles fermés.....	39
2.2 Voisinages.....	48
2.3 Points intérieurs - intérieur d'un ensemble.....	55
2.4 Points adhérents - adhérence d'un ensemble.....	60
2.5 Points frontières et points extérieurs.....	67
2.6 Espaces séparés.....	70
2.7 Densité et séparabilité.....	73

2.8 Comparaisons des Topologies.....	80
2.9 Systèmes fondamentaux de voisinages.....	84
2.10 Bases.....	89
2.11 Topologies induites et sous-espaces Topologies.....	99
2.12 Topologies produits.....	111
2.13 Convergence.....	121
Exercices.....	137

CHAPITRE 3: FONCTIONS CONTINUES

3.1 Généralités.....	146
3.2 Homéomorphismes.....	160
3.3 Fonctions ouvertes - Fonctions fermées.....	164
3.4 Continuité des fonctions vectorielles.....	169
3.5 Topologies quotients - Espaces quotients.....	176
3.6 Prolongement par continuité - Continuité séquentielle.....	181
Exercices.....	187

CHAPITRE 4: COMPACTITE

4.1 Généralités.....	193
4.2 Compacité et continuité.....	208
4.3 Ensembles relativement compacts.....	215
4.4 Espaces localement compacts.....	216
4.5 Espaces de Baire.....	219

4.6 Compactification.....	223
Exercices.....	231

CHAPITRE 5: CONNEXITE

5.1 Espaces connexes.....	235
5.2 Ensembles connexes.....	240
5.3 Connexité dans (\mathbb{R}, \cdot)	250
5.4 Connexité et continuité.....	252
5.5 Connexité locale.....	256
5.6 Connexité par Arcs.....	263
Exercices.....	267

DEUXIEME PARTIE: ESPACES METRIQUES

CHAPITRE 6: DEFINITIONS ET PROPRIETES GENERALES

DES ESPACES METRIQUES

6.1 Distances.....	273
6.2 Topologie associée à une distance.....	278
6.3 Distance de deux ensembles.....	287
6.4 Ensembles bornés.....	292
6.5 Distances équivalentes.....	295
6.6 Produit d'espaces métriques.....	300
6.7 Isométrie.....	304
6.8 Distance ultramétrique.....	
Exercices.....	311

CHAPITRE 7: CONVERGENCE ET CONTINUITÉ

7.1 Suites de Cauchy.....	318
7.2 Suites convergentes.....	322
7.3 Valeurs d'adhérence.....	325
7.4 Continuité.....	329
7.5 Espaces complets.....	338
7.6 Complétion d'un espace métrique.....	354
Exercices.....	361

CHAPITRE 8: COMPACTITÉ ET CONNEXITÉ

8.1 Espaces précompacts.....	374
8.2 Indices de Lebesgue de recouvrements ouverts.....	378
8.3 Compacité.....	381
8.4 Ensembles relativement compacts.....	391
8.5 Connexité.....	393
Exercices.....	396

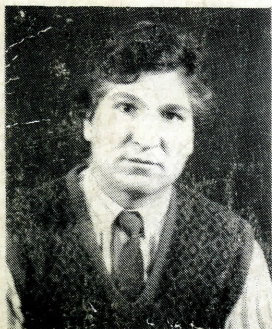
CHAPITRE 9: CONVERGENCE DANS DES ESPACES FONCTIONNELS

9.1 Convergence simple et convergence uniforme..	403
9.2 Equicontinuité.....	416
9.3 Théorèmes fondamentaux.....	418
Exercices.....	435
Index chronologique des mathématiciens cités....	516
Index terminologique.....	518
Index bibliographique.....	524

Achévé d'imprimer sur les presses de

**L'OFFICE DES PUBLICATIONS
UNIVERSITAIRES**

1, Place Centrale - Ben-Aknoun - ALGER



Cet ouvrage est constitué de deux parties. Il traite dans la première des notions fondamentales des espaces topologiques (Propriétés générales, continuité, compacité, connexité etc...).

La seconde partie reprend ces notions dans les espaces métriques.

Les théories présentées sont illustrées de nombreux exemples. Des exercices, dont certains avec solutions, sont insérés en fin de chaque chapitre.

Principalement destiné aux étudiants de deuxième année de licence et D.E.S de Mathématiques, cet ouvrage constitue aussi un livre de référence et un outil de travail pour tous ceux qui ont dans leur cursus un cours d'analyse (D.E.S et licence de physique-chimie, diplôme d'ingénieur, ...).

Ce cours est conseillé aux enseignants de Mathématiques du secondaire titulaires de l'ancienne licence.

L'auteur, Mohammed HAZI, est enseignant au département de Mathématiques de l'Ecole Normale Supérieure de Vieux-Kouba ALGER.

OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES
CODIFICATION: 1 . 01 . 3816

Prix: 149,00 DA