

The background of the cover is a light, off-white color with a collage of yellow geometric shapes and patterns. These include various sizes of arrows pointing in different directions, some solid and some outlined. There are also wavy, zigzag patterns and abstract shapes that resemble stylized leaves or petals. The overall aesthetic is modern and graphic.

**INITIATION
PROGRESSIVE AU
CALCUL TENSORIEL**

Claude JEANPERRIN

emipses

M.

INITIATION PROGRESSIVE AU CALCUL TENSORIEL

M 146
IJC

338

1
1



Claude JEANPERRIN

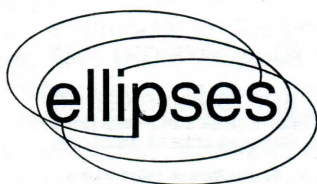


TABLE DES MATIERES

CHAPITRE I PRELIMINAIRES

	page
I - VECTEURS GEOMETRIQUES ET ESPACE R^3	5
A / Exemple simple.	5
B / Assimilation d'espaces isomorphes à l'un d'entre eux.	6
II - CONVENTION D'ECRITURE ; LA NOTATION D'EINSTEIN	6
A / Indices muets.	6
B / Convention d'Einstein.	7
III - CHANGEMENT DE BASE DANS R^3	9
IV - FORMES LINEAIRES SUR R^3 , ESPACE DUAL	13
A / Définitions.	13
B / Coefficients d'une forme linéaire.	15
a) définition.	
b) influence d'un changement de base dans R^3 .	
C / Espace dual de R^3 .	16
D / Recherche de bases commodes dans l'espace dual.	16
E / Changement de base dans l'espace dual.	18

F / Composantes des vecteurs de \mathbb{R}^{3*} .	18
G / Suites de composantes sur \mathbb{R}^3 et \mathbb{R}^{3*} .	19
a) isomorphisme des deux espaces.	
b) suites de composantes.	
c) exemple.	
H / Espace dual de \mathbb{R}^{3*} .	21
RESUME DU CHAPITRE I	22
EXERCICES	23

CHAPITRE II

INTRODUCTION DES TENSEURS

I - MULTIPLICATION TENSORIELLE	27
A / Exemple.	27
B / Espace " produit tensoriel " .	28
a) distributivité par rapport à l'addition.	
b) multiplication par un scalaire λ .	
c) indépendance linéaire .	
C / Représentation géométrique de la base (π_{ij}) .	30
D / Comparaison entre produit cartésien et produit tensoriel.	31
E / Interprétation physique des tenseurs.	32
F / La multiplication des tenseurs est-elle commutative ?	33
a) remarque.	
b) commutativité ?	
II - GENERALISATION DE LA MULTIPLICATION TENSORIELLE	34
A / Généralisation à \mathbb{R}^n .	34
B / Généralisation à d'autres espaces vectoriels.	34

CHAPITRE III

OPERATIONS SUR LES TENSEURS

I - EGALITE DE DEUX TENSEURS	59
II - ADDITION DE DEUX TENSEURS	59
III - PRODUIT TENSORIEL DE DEUX TENSEURS	60
IV - CONTRACTION D'UN TENSEUR MIXTE	60
A / Définition.	60
B / Théorème.	60
C / Deux cas particuliers importants.	61
D / Contractions successives.	62
E / Multiplication contractée.	64
F / Application : critère de tensorialité.	64
G / Abaissement d'un indice.	66
H / Elévation d'un indice.	66
RESUME DU CHAPITRE III	68
EXERCICES	69

CHAPITRE IV

DERIVATION EN NOTATION TENSORIELLE

I - POSITION D'UN POINT DANS L'ESPACE	71
A / Repérage du point.	71
B / Changement de base.	72
C / Notion de champ.	72
II - DERIVEES PAR RAPPORT AUX VARIABLES D'ESPACE	73
A / Dérivabilité d'un champ scalaire.	73
B / Divergence d'un champ de vecteur.	73

C / Gradient d'un champ scalaire.	74
D / Rotationnel d'un champ vectoriel.	74
E / Laplacien d'un champ scalaire.	75
III - FONCTION UNIFORME DE n VARIABLES INDEPENDANTES	76
A / Utilisation d'un espace de configuration euclidien.	76
B / Variations d'une fonction le long d'une courbe.	77
C / Cas des fonctions uniformes.	78
a) paramétrage de la courbe.	
b) représentation unidimensionnelle de f sur la courbe.	
c) dérivabilité de f en un point de l'espace de configuration.	
d) différentielle totale de f .	
IV - CONDITION D'UNIFORMITE DE $f(u^i)$:	
THEOREME DE SCHWARZ	84
A / Condition nécessaire.	84
a) familles de courbes joignant deux points quelconques.	
b) étude de la variation $f(B) - f(A)$.	
B / Réciproque.	90
C / Cas des discontinuités.	91
RESUME DU CHAPITRE IV	94
EXERCICES	95

CHAPITRE V

COORDONNEES CURVILIGNES DERIVATION DES CHAMPS DE TENSEURS

I - COORDONNEES RECTILIGNES	97
A / Définition.	97
B / Tensorialité en un point M ; champ de tenseur.	99
C / Différentielle d'un champ de tenseur.	100

II - COORDONNEES CURVILIGNES ; REPERE NATUREL	101
A / Coordonnées curvilignes.	101
B / Lignes-coordonnées.	102
C / Repère naturel associé à un système de coordonnées curvilignes.	103
D / Expression des vecteurs de la base naturelle, en fonction de ceux du repère rectiligne.	106
E / Conditions pour qu'une suite de paramètres constitue un système de coordonnées curvilignes.	107
III - CHAMPS DE TENSEURS EXPRIMES EN COORDONNEES CURVILIGNES	111
A / Changement de base naturelle en un même point.	111
B / Expression de la tensorialité en coordonnées curvilignes.	112
C / Différentielle d'un tenseur, en coordonnées curvilignes.	113
a) les coefficients de Christoffel.	
b) expression des de^{*i} .	
c) écriture mnémotechnique de $d\vec{e}_i$ et de de^{*i} .	
d) expression de la différentielle d'un tenseur.	
e) écriture mnémotechnique des différentielles absolues.	
D / Dérivée covariante d'un tenseur.	126
IV - VITESSE ET ACCELERATION EN CINEMATIQUE	128
A / Vitesse d'un mobile.	128
B / Accélération du mobile.	129
RESUME DU CHAPITRE V	130
EXERCICES	131
SOLUTION DES EXERCICES	
Chapitre I	134
Chapitre II	141
Chapitre III	147
Chapitre IV	152
Chapitre V	157
BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE	170

