

**mathématiques  
buissonnières.**

**andré deledicq.**

**CEDIC  
CEDIC  
CEDIC  
CEDIC  
CEDIC**

# mathématiques buissonnières.

M14

4010

andré deledica.

CEDIC  
CEDIC  
CEDIC  
CEDIC  
CEDIC

4010  $\frac{3}{3}$

CENTRE UNIVERSITAIRE  
DE TIZI-OUZOU  
BIBLIOTHÈQUE UNIVERSITAIRE

# Table des matières

13	Première face	
15	<b>I. CROISSEZ ET MULTIPLIEZ</b>	
15	Le tableau musulman	visualisation du produit (cartésien)
16	Les polynômes	
17	Les bâtons de Neper	
19	Les baguettes chinoises	transfert algèbre-figures géométriques
21	Jeux de mains	
24	Les maisons d'Éthiopie	numération en base 2
26	<b>II. A TRAVERS LE MIROIR ITÉRÉ</b>	
26	La numération binaire	algorithme récurent de description
28	Les tours de Hanoi	
30	Le baguenaudier	le codage : outil descriptif ou opératif
34	<b>III. JEUX-THÈMES</b>	
34	<b>1. Noyaux de graphe</b>	
34	Exemple de jeux	
36	Jeux noyautés	langage ensembliste
37	Les jeux « sans circuit »	théorie des graphes
39	<b>2. Le fer à cheval</b>	organisation d'une succession de possibilités
44	<b>3. Jeux de Nim</b>	polynômes
46	<b>4. Les anneaux N des entiers</b>	
46	L'anneau $\mathbb{Z}_2[x]$	
47	Les anneaux $\mathbb{N}_p = \mathbb{Z}_p[X]$	structures élémentaires de groupes et d'anneau
47	Les neutres singuliers	
48	La numération minéralogique	

49	<b>IV. LE GROUPE DU PENTAGONE</b>	
49	1. <b>Présentation</b>	
51	2. <b>Représentation (des transformations)</b>	représentation des applications (table, diagramme, graphe, tableau cartésien, matrice)
55	3. <b>Composition des transformations</b>	composition des applications groupe, sous-groupe,
60	4. <b>Exploitation</b>	
60	Une rotation = deux symétries	
62	Dans l'espace affine $Z_5^2$	
63	Calculs algébriques et matriciels	géométrie finie, tore, calcul matriciel
65	<b>V. PETITS PROBLÈMES</b>	
65	1. <b>Les maisons (à la recherche de la bijection)</b>	bijection, composition des applications, calcul matriciel
73	2. <b>Les juges (du bon usage de la topologique)</b>	codage graphique, chaîne d'implications, topologie, logique
79	3. <b>Le pique-nique</b>	tableau de vérité, relation, arbre, calcul propositionnel
84	4. <b>Les poules pondeuses</b>	
87	5. <b>Mettre de l'eau dans son vin</b>	règle de trois, itération du linéaire : carré, cube
89	6. <b>Le curé et le bedeau</b>	macro et micro-arguments
90	A propos de décomposition en facteurs premiers	décomposition en facteurs premiers
91	7. <b>Les quatre cubes diaboliques</b>	
91	Une promenade de Descartes à travers la forêt combinatoire	
92	Dénombrements	dénombrements simples, développement du cube
93	Démembrements	décomposition d'un ensemble en produit cartésien
94	Le fuseau	classes d'équivalence
95	Résumé	arborescence
95	Les solutions	réduction d'un arbre factoriel
97	8. <b>Les cruches dans le billard</b>	paramétrage, modèle graphique
98	9. <b>Les autoroutes de Toricelli</b>	
98	Les trois villes	
99	Un problème de Fermat	mesure de segments, approche de la dérivée, maximum d'une fonction
101	Un problème de Fashbender	dualité
102	Dualité	perpendiculaires et obliques
103	10. <b>Le trapèze volant au secours de l'algèbre</b>	
103	Le pied	mesure de surface, approche de la dérivée, différentielle
104	L'algèbre géométrique	aire du trapèze
106	11. <b>Les élections présidentielles</b>	transfert algèbre-géométrie
		graphe de relations, traduction schéma-langue naturelle, pourcentage transfert implication logique-inclusion ensembliste

## LE GROUPE DU PENTAGONE

présentation

présentation (des transformations)

composition des transformations

exploitation

une rotation = deux symétries

dans l'espace affine  $Z_5^2$

calculs algébriques et matriciels

## PETITS PROBLÈMES

des maisons (à la recherche de la bijection)

des juges (du bon usage de la topologique)

le pique-nique

des poules pondeuses

mettre de l'eau dans son vin

le curé et le bedeau

à propos de décomposition en facteurs

premiers

les quatre cubes diaboliques

une promenade de Descartes

travers la forêt combinatoire

dénombrements

démembrements

le fuseau

résumé

les solutions

les cruches dans le billard

les autoroutes de Toricelli

les trois villes

un problème de Fermat

un problème de Fashbender

Qualité

le trapèze volant au secours de l'algèbre

le pied

l'algèbre géométrique

les élections présidentielles

représentation des applications (table, diagramme, graphe, tableau cartésien, matrice)

composition des applications groupe, sous-groupe,

géométrie finie, tore, calcul matriciel

bijection, composition des applications. calcul matriciel  
codage graphique, chaîne d'implications, topologie, logique

tableau de vérité, relation, arbre, calcul propositionnel

règle de trois, itération du linéaire : carré, cube

macro et micro-arguments

décomposition en facteurs premiers

dénombrements simples, développement du cube

décomposition d'un ensemble en produit cartésien

classes d'équivalence

arborescence

réduction d'un arbre factoriel

paramétrage, modèle graphique

mesure de segments, approche de la dérivée, maximum d'une fonction

dualité

perpendiculaires et obliques

mesure de surface, approche de la dérivée, différentielle

aire du trapèze

transfert algèbre-géométrie

graphe de relations, traduction schéma-langue naturelle, pourcentage transfert implication logique-inclusion ensembliste

112

Interfa

112

Les star

116

La fable

117

La tran

119

Deux

121

I. ESPAC

121

1. Pourqu

122

2. Représ

122

La rep

122

Au niv

124

Au niv

127

3. Applic

127

Le thé

130

Matri

132

II. DIMI

133

1. Le ca

138

2. Trans

143

3. Déco

145

Dim

146

Rédu

148

4. Les

148

Rech

151

Rech

112 **Interface**

- 112 Les stances acides
- 116 La fable du « cheval qui n'a pas soif »
- 117 La translation malheureuse

119 **Deuxième face**

121 **I. ESPACES VECTORIELS**

121 **1. Pourquoi ?**

122 **2. Représentations**

dessins associés aux notions linéaires

- 122 La représentation classique
- 122 Au niveau conceptuel
- 124 Au niveau graphique

127 **3. Applications linéaires**

- 127 Le théorème de la « translation du noyau »
- 130 Matrice d'une application linéaire

132 **II. DIMENSION**

133 **1. Le cambriolage du caviste**

rang d'une application linéaire

138 **2. Transferts de voix**

indépendance de paramètres

143 **3. Découpage électoral**

- 145 Dimension du problème
- 146 Réduction du problème

148 **4. Les carrés magiques**

base

- 148 Recherche des carrés d'ordre 3
- 151 Recherche des carrés d'ordre 4

154	<b>III. ORTHOGONALITÉ</b>	
154	<b>1. Notations et classements</b>	coefficients
154	Vecteur de pondération	
156	Les sports	
156	La cotation à postériori	
158	<b>2. Une orthogonalité suspecte</b>	produit de matrices
158	Altitudes et débits	
159	Graphes et relations	
160	Le fait	
162	Un modèle explicatif	
165	A suivre	
165	<b>3. Où on met les bouts en scène</b>	application linéaire, noyau, image
165	L'application « bouts »	
167	Noyau des bouts	
168	Image des bouts	
170	<b>4. Dualité</b>	
171	Produit scalaire	
172	Transposée d'une application linéaire	cycles et cocycles d'un graphe
174	Transposée de l'application $\beta$	
177	<b>5. Relation d'Euler et solides de Platon</b>	polyèdres réguliers convexes, graphes duaux
177	Théorème de la dimension pour $t\beta$	
177	Relation d'Euler	
178	Les cinq solides de Platon	
185	<b>III-et-demi PLAISIR DES PARTIES</b>	
185	<b>1. <math>(P(E), \Delta)</math> est un groupe</b>	
186	<b>2. <math>(P(E), \Delta, \cap)</math> est un anneau</b>	
187	<b>3. L'anneau dual <math>(P(E), \nabla, \cup)</math></b>	
187	Une autre loi de groupe sur $P(E)$	
189	Les idéaux de $(P(E), \nabla, \cup)$	
189	sont les filtres de sur-ensembles	
190	<b><math>(P(E), \Delta)</math> est un espace vectoriel sur le corps <math>Z_2</math></b>	(bases, dualité, hyperplans)

194 **IV. PROPRIÉTÉ**

194 **1. Jeunes et vieux**

itération de matrices, valeurs et vecteurs propres, équilibre

194 Un modèle

195 Prévisions démographiques

197 Moralité et valeurs propres

199 Résultats

202 **2. Rotation du capital**

202 La situation

205 Formalisation

206 Exploitation

207 Généralisation

210 **3. Pliez, coupez, superposez!**

réurrence

210 Situation

211 Modèle matriciel

214 Découverte d'une loi de récurrence

216 **4. (Dé)-composition d'une armée**

coordonnées barycentriques, systèmes différentiels distances

216 Modèle matriciel

217 Représentation graphique de l'évolution

220 Équilibre

221 Passage au « continu »

224 Distance entre armées

226 **V. DISTANCES**

226 **1. Exemples**

distances du sup, euclidienne, de Jaccard, taxidistance.

226 Définition

228 Dans le plan

231 Dans un espace de dimension supérieure à deux

234 Les trois distances classiques

235 Dans l'espace des parties d'un ensemble

dualité de l'appartenance

241 **2. Boules**

241 A vos crayons

241 Dans le plan

242 Dans l'espace à trois dimensions

244	3.	Médiatrices	
246	4.	Ultramétrie	
246		Définition	
246		Boules ultramétriques	
248		Exemples	
260	VI.	PROBABILITÉS ET STATISTIQUES ÉLÉMENTAIRES	
260	1.	Exemples d'espaces probabilisés	
260		Modèles pour le jet de deux dés à six faces	
262		Une décision difficile	
263		Probabilité conditionnelle	
264	2.	Problèmes divers	
264		On joue 100 fois à un jeu où l'on a une chance sur 100 de gagner	
265		Coïncidence des dates d'anniversaire	
265		Problème de Moivre	
266		Promenades aléatoires	
268		Les dés non-transitifs	
270	3.	Lois classiques et théorèmes limites	
270		Rappels	
271		Applications	
274	VII.	CALCULS	
274	1.	Règle à calcul	
274		Représentation des applications de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$	applications, diagrammes
276		Fabrication artisanale d'une règle à calcul	
278		Utilisation (Formule de Stirling)	
279	2.	Tables de quart de carrés	
281	3.	Abaques à points alignés	
283	4.	Segments géométriques	utilisation de l'axiome de Thalès
284	5.	Polynômes et « schéma de Horner »	
287		Postface	