

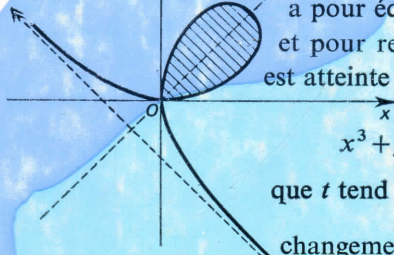
J. QUINET

Cours élémentaire de mathématiques supérieures

5 - Géométrie

limite
boucle du folium de

Descartes. Le folium (voir chapitre 4) a pour équation de et pour représentation est atteinte lorsque $t = 0$



$$x^3 + y^3 - 3axy = 0$$

que t tend vers $+\infty$ ou vers

changement de variable u

la boucle est parcourue lorsque t varie de 0 à $+\infty$. Remarq

$$\int y dy - y dx = x^2 \frac{x dy - y dx}{x^2} = x^2 d \frac{y}{x} = x^2 dt = \frac{9a^2 t^2}{(1+t^3)^2} dt$$

appliquant la formule précédente, nous obtenons au

$$V = \pi \int_1^2 y^2 dz = 25\pi \int_1^2 z^4 dz = 5\pi [z^5]_1^2 = 5\pi(32 - 1) = 155\pi$$

limité par l'arc de parabole d'équation $y = ax - x^2$ sur de Oy .

donnant le volume doit être modifiée en

$$\int_5^{20} z^2 dy = \frac{\pi}{5} \int_5^{20} y dy = \frac{\pi}{5} \left[\frac{y^2}{2} \right]_5^{20} = \frac{\pi}{10} (400 - 50)$$

dans le premier octant ($x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$) par une sphère de rayon R et un cylindre de révolution dont la base est le cercle dans le plan xOy , ou A a pour coordonnées (O, R, O) (Fig. 10)

$V = \iint z dx dy$. L'équation de la sphère

$$V = \iint \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dx dy \text{ de ce domaine}$$

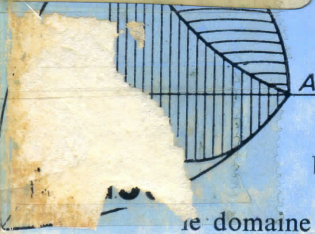
Appliquons encore la formule

$$V = \iint \sqrt{R^2 - \rho^2} \rho d\rho d\theta,$$

le domaine d'intégration étant limité

LE NOUVEAU QUINET
5^e édition

... | ...
... QUIZOU ...
... COUP ...
... 1 ...



M 34-15

M02/T5

J. QUINET

Ingénieur de l'École Supérieure d'Électricité

COURS ÉLÉMENTAIRE DE MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES

Idc 64 ¹/₁

**BIBLIOTHÈQUE COMMUNALE
TIZI-OUZOU**

**Tome 5
Géométrie**

idc 64

**Université "Mouloud MAMMERI"
Faculté des Sciences
Bibliothèque Département T.C.T**

N° de Côte:

N° d'Inventaire *idc 64*
1
2

*5^e édition totalement refondue
par une équipe de professeurs*

Avec la participation de

J. FAZEKAS

Professeur à l'École Centrale d'Électronique de Paris

DUNOD

PARIS - BRUXELLES - MONTREAL

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE 1. Géométrie euclidienne

1.1	Produit scalaire	1
1.2	Inégalité de Schwarz	2
1.3	Longueur	2
1.4	Distance	5
1.5	Orthogonalité	5
1.6	Orthogonalité dans les plans euclidiens	6
1.7	Orthogonalité dans les espaces vectoriels euclidiens de dimension 3	7
1.8	Orientations d'un espace vectoriel	8
1.9	Coordonnées polaires, coordonnées cylindriques	9
1.10	Produit mixte	10
1.11	Produit vectoriel	10
1.12	Limites des fonctions à valeurs vectorielles	12
1.13	Limites dans les plans euclidiens	13
1.14	Continuité des fonctions à valeurs vectorielles	14
1.15	Dérivabilité des fonctions à valeurs vectorielles	14

CHAPITRE 2. Construction des arcs paramétrés

2.1	Définition des arcs paramétrés	16
2.2	Étude au voisinage d'un point	16
2.3	Branches infinies	18
2.4	Points doubles	19
2.5	Intervalle d'étude	21
2.6	Tracé d'un arc paramétré	21
2.7	Exemples	22
2.8	L'astroïde	25
2.9	La tractrice	26
2.10	La parabole semi-cubique	27
2.11	Le folium de Descartes	28
2.12	La cycloïde	30
	<i>Exercices</i>	32

CHAPITRE 3. Construction des courbes en coordonnées polaires

3.1	Équation de la droite	33
3.2	Équation du cercle	35
3.3	Coniques ayant un foyer en O	37
3.4	Tangente en un point	39
3.5	Branches infinies	40
3.6	Intervalle d'étude et symétries	42
3.7	Points doubles	43
3.8	Tracé d'une courbe en coordonnées polaires	44

3.9 La cardioïde	47
3.10 La cissoïde	48
3.11 La strophoïde	48
3.12 La lemniscate de Bernoulli	50
3.13 Les spirales	50
<i>Exercices</i>	53

CHAPITRE 4. Étude métrique des courbes

4.1 Longueur d'un arc de courbe	54
4.2 Exemples	55
4.3 Étude de la chaînette	57
4.4 Abscisse curviligne	59
4.5 Rayon de courbure	60
4.6 Calcul pratique du rayon de courbure	61
4.7 Exemples	62
4.8 Cercle osculateur	64
<i>Exercices</i>	65

CHAPITRE 5. Courbes définies par une propriété différentielle

5.1 Courbes à sous-tangente constante	67
5.2 Courbes à tangente constante	68
5.3 Courbes à sous-normale constante	68
5.4 Courbes à normale constante	69
5.5 Courbes dont les normales passent par un point fixe	70
5.6 Courbes telles que l'abscisse curviligne soit proportionnelle au carré de l'abscisse	70
5.7 Courbes à sous-tangente polaire constante	71
5.8 Courbes à sous-normale polaire constante	71
5.9 Courbes coupant les rayons vecteurs sous un angle constant	72
5.10 Courbes telles que $\ OM\ = \ OT\ $	72
5.11 Courbes à rayon de courbure constant	73
5.12 Courbes telles que le rayon de courbure soit égal à la longueur de la normale	73
<i>Exercices</i>	75

CHAPITRE 6. Intégrales curvilignes

6.1 Intégrale d'une forme différentielle	76
6.2 Cas des formes différentielles exactes	77
6.3 Détermination du potentiel scalaire	82
6.4 Méthode de Poincaré	84
6.5 Facteurs intégrants	86
6.6 L'entropie	88

CHAPITRE 7. Intégrales multiples

7.1	Intégrale double sur un rectangle	92
7.2	Intégrale double sur une partie quarrable	95
7.3	Changement de variable dans les intégrales doubles	98
7.4	La formule de Green-Riemann	99
7.5	Intégrales doubles généralisées	101
7.6	Intégrales triples	102
<i>Exercices</i>		104

CHAPITRE 8. Calcul des aires

8.1	Aire limitée par le graphe d'une fonction	107
8.2	Aire comprise entre deux graphes	109
8.3	Aire limitée par le support d'un arc paramétré	110
8.4	Aire limitée par une courbe en coordonnées polaires	112
8.5	Aire d'une surface de révolution	114
<i>Exercices</i>		119

CHAPITRE 9. Calcul des volumes

9.1	Volume limité par une surface d'équation résolue en z	123
9.2	Volume limité par une surface et deux plans parallèles	128
9.3	Formule des trois niveaux	130
9.4	Volume limité par une surface de révolution	132
9.5	Cas d'une surface de révolution engendrée par une courbe fermée	134
<i>Exercices</i>		136

CHAPITRE 10. Recherche des centres d'inertie

10.1	Preliminaires	137
10.2	Centre d'inertie d'un système matériel	137
10.3	Propriétés du centre d'inertie d'un système matériel	138
10.4	Coordonnées du centre d'inertie d'un système matériel	140
10.5	Centre d'inertie d'un arc de courbe	140
10.6	Premier théorème de Guldin	144
10.7	Centre d'inertie d'une surface plane	145
10.8	Second théorème de Guldin	148
10.9	Centre d'inertie d'une surface de révolution	149
10.10	Centre d'inertie d'un volume	150
<i>Exercices</i>		151

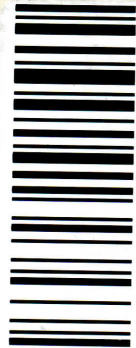
CHAPITRE 11. Calcul des moments d'inertie

11.1	Moment d'inertie d'un système matériel	154
11.2	Moment d'inertie d'un solide	154
11.3	Liens entre moments d'inertie	155
11.4	Théorème de Huygens	156
11.5	Moments d'inertie de courbes	157
11.6	Moments d'inertie des surfaces planes	158
11.7	Moments d'inertie des surfaces de révolution	162
11.8	Moments d'inertie des volumes	163

<i>Exercices</i>		164
------------------	--	-----

Solutions des exercices

Chapitre 2	165
Chapitre 3	179
Chapitre 4	194
Chapitre 5	200
Chapitre 6	207
Chapitre 7	211
Chapitre 8	218
Chapitre 9	223
Chapitre 10	226
Chapitre 11	237



J. Quinet

Cours élémentaire de mathématiques supérieures

Depuis de nombreuses années, et au fil de plusieurs réimpressions, plus de 100 000 étudiants, ingénieurs, techniciens et professionnels se sont formés avec succès aux mathématiques supérieures grâce à cet ouvrage.

Cette 5^e édition, totalement *refondue et augmentée de sujets nouveaux*, est l'œuvre d'une équipe de professeurs enseignant aux niveaux universitaire, technique et professionnel.

Les règles qui ont guidé sa rédaction restent celles de J. QUINET :

- EXPLIQUER ET FAIRE COMPRENDRE.
- AVOIR TOUJOURS POUR BUT L'APPLICATION PRATIQUE.
- Exposer la théorie par les moyens les plus *simples* et les plus *rapides*, en distinguant l'*essentiel* de ce qui est secondaire.
- Illustrer tout calcul et toute théorie par des exemples, des exercices et des applications à l'électricité, l'électronique, la mécanique, etc.

Une innovation : les solutions de *tous* les exercices proposés sont données à la fin de chaque volume.

Le COURS ÉLÉMENTAIRE DE MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES comporte 6 tomes :

1. Algèbre
2. Fonctions usuelles
3. Calcul intégral et séries
4. Équations différentielles
5. Géométrie
6. Probabilités et statistique

Essentiellement pédagogique et moderne, cet ouvrage est, par la réponse qu'il donne aux besoins de la technique industrielle actuelle, un instrument indispensable de **FORMATION PERMANENTE**.

ISBN 2-04-006402-8