

J. QUINET

Cours élémentaire de mathématiques supérieures

1-Algèbre

matrice M par

$$-2M = \begin{pmatrix} -2 & -10 \\ -4 & -2 \\ 10 & 0 \end{pmatrix}$$

pour tout couple (i, j) d'indices, on désigne par M_{ij} l'élément de M , sauf si $k=i$ et $l=j$, auquel cas $\alpha_{kl}=1$. Il est immédiat que la matrice $M = (\beta_{ij})$ de $M_{n,p}(K)$ se décompose d'une manière et d'une seule

$$\frac{1}{7} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & -5 & -1 \\ 1 & -4 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & -5 & -1 \\ 1 & -4 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Pour calculer l'inverse $M^{-1} = (\beta_{ij})$

de M de déterminant Δ non nul,

on considère la matrice transposée $M^t = (\gamma_{ij})$;

on calcule le déterminant de la matrice d'ordre 2 ainsi obtenue;

on multiplie ce déterminant par 1 si $i+j$ est pair, par -1 dans le cas contraire;

le quotient par Δ de la valeur trouvée est égal à β_{ij} .

Retrouver par ce procédé

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Soient d'autre part U une application linéaire de E dans F et V une application linéaire de F dans G . Nous allons définir $M_{m,n}(K)$ par un élément M de $M_{n,p}(K)$ de la

6^e édition

$$M_{C,D}(V) M_{B,C}(U) = M_{B,D}(V \circ U).$$

Soient donc (α_{ij}) la matrice associée à U dans les bases B et C et (β_{ij}) la matrice associée à V dans les bases C et D . Alors, pour tout élément j de $[1, p]$

Ecrivons la transposée de M :

$$M^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

DUNOD

$$\sum_{i=1}^n \alpha_{ij} f_i = \sum_{i=1}^n \alpha_{ij} v(f_i) = \sum_{h=1}^m \left(\sum_{i=1}^n \alpha_{ij} \beta_{ih} \right) d_h$$

J. QUINET

Ingénieur de l'École Supérieure d'Électricité



561/171

COURS ÉLÉMENTAIRE DE MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES

N° d'Entrée :

N° Inventaire : 561

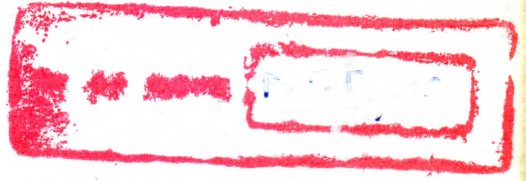
**Tome 1
Algèbre**

561

*6^e édition corrigée
par une équipe de professeurs
Avec la participation de*

J. FAZEKAS

Professeur à l'École Centrale d'Électronique de Paris



Faculté des Sciences
BIBLIOTHEQUE
N° d'Inventaire: 561

DUNOD

N° de Côte:

N° de Côte:

Faculté des Sciences
BIBLIOTHEQUE
N° d'Inventaire:

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE 1. Les ensembles

1.1 Ensembles et relations	1
1.2 Égalité. Appartenance	2
1.3 Parties d'un ensemble	3
1.4 Opérations sur les ensembles	5
1.5 Ensemble produit	9
1.6 Relations binaires	10
1.7 Relations d'équivalence	11
1.8 Relations d'ordre	12
1.9 Parties majorées, minorées, bornées	13
1.10 Applications	14
1.11 Équations	16
1.12 Composition des applications	18
1.13 Images réciproques	20
<i>Exercices</i>	22

CHAPITRE 2. Structures élémentaires

2.1 Lois de composition internes	24
2.2 Morphismes	29
2.3 Groupes	31
2.4 Sous-groupes	34
2.5 Morphismes de groupes	35
2.6 Anneaux	37
2.7 Sous-anneaux	40
2.8 Morphismes d'anneaux	40
2.9 Idéaux d'un anneau commutatif	40
2.10 Binôme de Newton	41
2.11 Suites arithmétiques	42
2.12 Corps	43
2.13 Suites géométriques	44
<i>Exercices</i>	46

CHAPITRE 3. Les nombres réels

3.1 Nombres entiers naturels	48
3.2 Raisonnement par récurrence	49
3.3 Systèmes de numération	50
3.4 Nombres entiers rationnels	54
3.5 Structure des idéaux de \mathbb{Z}	55
3.6 Nombres rationnels	56
3.7 Suites de nombres rationnels	56
3.8 Nombres réels	59

3.9 Racine n -ième d'un nombre réel positif	
3.10 Récapitulation	
<i>Exercices</i>	

CHAPITRE 4. Les nombres complexes

4.1 Présentation des nombres complexes	
4.2 Corps des nombres complexes	
4.3 Forme cartésienne des nombres complexes	
4.4 Nombres complexes conjugués	
4.5 Module d'un nombre complexe	
4.6 Suites de nombres complexes	
4.7 Représentation géométrique des nombres complexes	
4.8 Forme trigonométrique des nombres complexes	
4.9 Le nombre complexe j , opérateur de rotation	
4.10 Formule de Moivre	
4.11 Racines n -ièmes d'un nombre complexe	
4.12 Calcul d'une racine carrée d'un nombre complexe	
4.13 Application à la résolution d'une équation du second degré à coefficients complexes	
4.14 Exponentielle à exposant complexe	
4.15 Représentation par une exponentielle d'un nombre complexe	
4.16 Application trigonométrique des formules d'Euler	
4.17 Représentation d'une grandeur sinusoïdale par un nombre complexe	
4.18 Représentation exponentielle de la dérivée d'une fonction sinusoïdale	
4.19 Applications à l'électricité	
4.20 Montages en série ou en parallèle	
<i>Exercices</i>	

CHAPITRE 5. Introduction à l'algèbre linéaire

5.1 Lois de composition externes	
5.2 Espaces vectoriels	
5.3 Règles de calcul dans les espaces vectoriels	
5.4 Sous-espaces vectoriels	
5.5 Applications linéaires	
5.6 Isomorphismes d'espaces vectoriels	
5.7 Image et noyau d'une application linéaire	
5.8 Espaces vectoriels d'applications linéaires	
5.9 Sous-espaces vectoriels supplémentaires	
5.10 Applications bilinéaires. Algèbres	
5.11 Sous-algèbres	
5.12 Morphismes d'algèbres	
<i>Exercices</i>	

CHAPITRE 6. Espaces vectoriels de dimension finie

6.1 Bases	
6.2 Espaces vectoriels de dimension finie	

6.3 Caractérisation des espaces vectoriels de dimension inférieure à n 113
 6.4 Détermination d'une application linéaire 115
 6.5 Sous-espaces vectoriels d'un espace vectoriel de dimension finie 115
 6.6 Rang d'une application linéaire 117
 6.7 Noyaux des formes linéaires 117
 6.8 Récurrences linéaires 118

Exercices 123

CHAPITRE 7. Les matrices

7.1 Matrices et applications linéaires 125
 7.2 Opérations sur les matrices 127
 7.3 Anneau des matrices carrées 130
 7.4 Transposée d'une matrice 131
 7.5 Matrices de passage 132
 7.6 Matrices diagonales 133

Exercices 135

CHAPITRE 8. Systèmes d'équations linéaires

8.1 Déterminants d'ordre 2 138
 8.2 Déterminant d'une matrice carrée d'ordre 2 140
 8.3 Déterminant d'un endomorphisme 141
 8.4 Systèmes de deux équations linéaires à plusieurs inconnues 142
 8.5 Systèmes de deux équations linéaires à deux inconnues 142
 8.6 Inverse d'une matrice carrée d'ordre 2 143
 8.7 Systèmes de deux équations linéaires homogènes à trois inconnues 145
 8.8 Applications trilinéaires 145
 8.9 Déterminants de trois vecteurs 146
 8.10 Déterminant d'une matrice carrée d'ordre 3 147
 8.11 Systèmes de trois équations linéaires à plusieurs inconnues 148
 8.12 Systèmes de trois équations linéaires à trois inconnues 148
 8.13 Inverse d'une matrice carrée d'ordre 3 150

Exercices 153

CHAPITRE 9. Polynômes et fractions rationnelles

9.1 Anneau des polynômes 156
 9.2 Degré d'un polynôme 157
 9.3 Valuation d'un polynôme 158
 9.4 Divisibilité 159
 9.5 Division euclidienne des polynômes 160
 9.6 Structure des idéaux de l'anneau des polynômes 161
 9.7 Division suivant les puissances croissantes 163
 9.8 Fonctions polynomiales 165
 9.9 Recherche pratique de la valeur d'un polynôme en un point 165
 9.10 Racines rationnelles 167
 9.11 Dérivées 168
 9.12 Dérivées successives 169
 9.13 Formule de Taylor 169
 9.14 Fractions rationnelles 170

9.15 Fonctions rationnelles 17
 9.16 Décomposition en éléments simples 17
 Exercices 17

CHAPITRE 10. Diagonalisation des matrices carrées

10.1 Valeurs propres, vecteurs propres d'un endomorphisme 18
 10.2 Endomorphismes et matrices diagonalisables 18
 10.3 Indépendance linéaire des vecteurs propres 18
 Exercices 18

CHAPITRE 11. Applications du calcul matriciel aux quadripôles électriques

11.1 Généralités 18
 11.2 Détermination des paramètres 19
 11.3 Relations entre les différents paramètres 19
 11.4 Les différents modes d'association des quadripôles linéaires 19
 11.5 Six exercices 20

CHAPITRE 12. Géométrie euclidienne

12.1 Produit scalaire 20
 12.2 Inégalité de Schwarz 20
 12.3 Longueur 20
 12.4 Distance 20
 12.5 Orthogonalité 20
 12.6 Orthogonalité dans les plans euclidiens 20
 12.7 Orthogonalité dans les espaces vectoriels euclidiens de dimension 3 20
 12.8 Orientations d'un espace vectoriel 20
 12.9 Coordonnées polaires, coordonnées cylindriques 20
 12.10 Produit mixte 20
 12.11 Produit vectoriel 20
 Exercices 20

Solutions des exercices

Chapitre 1
 Chapitre 2
 Chapitre 3
 Chapitre 4
 Chapitre 5
 Chapitre 6
 Chapitre 7
 Chapitre 8
 Chapitre 9
 Chapitre 10
 Chapitre 12

Formules de trigonométrie

Index terminologique

J. Quinet

6^e édition

COURS ÉLÉMENTAIRE DE MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES

1–Algèbre

Depuis de nombreuses années, et au fil de plusieurs réimpressions, plus de 100 000 étudiants, ingénieurs, techniciens et professionnels se sont formés avec succès aux mathématiques supérieures grâce à cet ouvrage.

Cette nouvelle édition, *totalemt refondue et augmentée de sujets nouveaux*, est l'œuvre d'une équipe de professeurs enseignant aux niveaux universitaire, technique et professionnel.

Les règles qui ont guidé sa rédaction restent celles de J. QUINET :

- EXPLIQUER ET FAIRE COMPRENDRE.
- AVOIR TOUJOURS POUR BUT L'APPLICATION PRATIQUE.
- Exposer la théorie par les moyens les plus *simples* et les plus *rapides*, en distinguant l'*essentiel* de ce qui est secondaire.
- Illustrer tout calcul et toute théorie par des exemples, des exercices et des applications à l'électricité, l'électronique, la mécanique, etc.

Une innovation : les solutions de tous les exercices proposés sont données à la fin de chaque volume.

Essentiellement pédagogique et moderne, cet ouvrage est, par la réponse qu'il donne aux besoins de la technique industrielle actuelle, un instrument indispensable de FORMATION PERMANENTE.

Le COURS ÉLÉMENTAIRE DE MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES comporte 5 tomes :

1. Algèbre
2. Fonctions usuelles
3. Calcul intégral et séries
4. Équations différentielles
5. Géométrie

Il est complété par le livre de J. Fourastié et J.-F. Laslier « Probabilités et statistiques ».



9 782040 052157

ISBN 2 04 005215 1
Code 05215

<http://www.dunod.com>



DUNOD