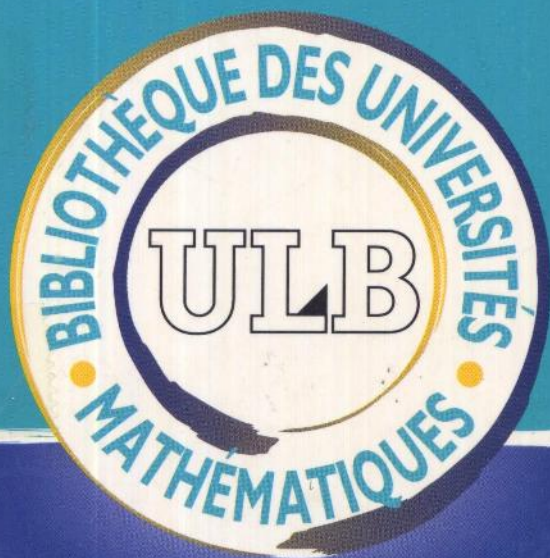


INTRODUCTION À L'AUTOMATIQUE

VOLUME 2. SYSTÈMES DISCRETS ET ÉCHANTILLONNÉS

Raymond HANUS
Philippe BOGAERTS



De Boeck
Université

ECT 62 / Vd2

INTRODUCTION À L'AUTOMATIQUE

35310
②

VOLUME 2. SYSTÈMES DISCRETS ET ÉCHANTILLONNÉS

Raymond HANUS
Philippe BOGAERTS



De Boeck
Université

Table des matières

Chapitre 1

Préambule	5
1.1 Introduction	6
1.2 Définitions	6
1.2.1 <i>Systèmes discrets</i>	6
1.2.2 <i>Systèmes échantillonnés</i>	7
1.3 Composition de l'ouvrage	8
1.3.1 <i>Prérequis</i>	8
1.3.2 <i>Objectifs</i>	8
1.3.3 <i>Architecture</i>	9
1.4 Table des symboles et alphabet grec	9

Chapitre 2

Signaux discrets	11
2.1 Introduction à la classe des suites	12
2.1.1 <i>Définition</i>	12
2.1.2 <i>Suites particulières</i>	13
1 Suite de Dirac	13
2 Suite d'Heaviside	13
3 Suite arithmétique	13
4 Suite géométrique	13
5 Suite exponentielle	14
6 Suites trigonométriques	14
7 Suite quelconque	14
2.1.3 <i>Propriétés des suites</i>	14
1 Suite causale	14
2 Suite polynomiale	14
3 Suite bornée	15
4 Suite propre	15
5 Suite stable	15
2.1.4 <i>Compositions de suites</i>	15
1 L'anneau des suites	15
2 Suite différence	16
3 Suite somme	16
2.2 Transformée en z bilatérale	17
2.2.1 <i>Définition</i>	17
2.2.2 <i>Rayons de convergence absolue</i>	17
2.2.3 <i>Conditions suffisantes d'existence</i>	18
2.2.4 <i>Linéarité</i>	20
2.2.5 <i>Décalage en $k+1$ de la transformée en z</i>	20

2.2.6	Suites appliquées	21
2.2.7	Transformée inverse	21
2.2.8	Résolution d'équations aux différences simples	22
2.3	Propriétés de la transformation en z bilatérale	25
2.3.1	Transformée en z de la suite retardée	25
2.3.2	Transformée en z de la suite différence	25
2.3.3	Transformée en z de la suite somme	26
2.3.4	Multiplication d'une suite par α^k (changement d'échelle en z)	26
2.3.5	Multiplication d'une suite par k	26
2.3.6	Division d'une suite par k	27
2.3.7	Théorème des valeurs finales d'une suite (premier théorème de Tauber)	27
2.3.8	Théorème de la valeur initiale d'une suite causale (second théorème de Tauber)	28
2.3.9	Théorème de la valeur initiale d'une suite anticausale (second théorème de Tauber – variante)	28
2.3.10	Transformée d'une suite causale périodique	29
2.4	Méthodes pour déterminer la transformation en z bilatérale d'une suite causale	30
2.4.1	Méthode directe	30
2.4.2	Méthode basée sur les propriétés	30
2.4.3	Méthode basée sur l'utilisation de tables	33
2.5	Méthodes pour déterminer la transformée en z inverse	33
2.5.1	Condition nécessaire d'existence	33
2.5.2	Condition suffisante d'existence	33
2.5.3	Méthode d'inversion par décomposition en fractions simples	36
2.5.4	Méthode basée sur les propriétés de la transformée en z	37
2.5.5	Méthode basée sur l'utilisation de tables	37
2.5.6	Méthode basée sur la division polynomiale	37
2.5.7	Méthode basée sur les résidus	38
2.5.8	Méthode basée sur la formule d'Heaviside	39
2.6	Série de Fourier	40
2.6.1	Définition	40
2.6.2	Propriétés	40
2.7	Produits de convolution	40
2.7.1	Théorème de convolution en k	40
2.7.2	Propriétés du produit de convolution en k (cas des suites causales)	41
1	Loi interne	41
2	Loi associative	42
3	Élément neutre	42
4	Loi commutative	42
5	Éléments inverses	43
6	Semi-groupe commutatif (monoïde abélien)	43
7	Distributivité du produit de convolution par rapport à l'addition	43
8	Anneau commutatif	44
2.7.3	Théorème de convolution en z	44
ANNEXES	53
EXERCICES	57

Chapitre 3

Systèmes discrets	61
3.1 Généralités.....	62
3.1.1 Définition d'un système discret	62
3.1.2 Définition d'un système discret linéaire.....	63
3.1.3 Trajectoires libres et trajectoires forcées	64
3.1.4 Trajectoires issues de mêmes conditions initiales	64
3.1.5 Définition d'un système discret permanent	65
3.2 Descriptions externes d'un système discret linéaire permanent	65
3.2.1 Description par réponses impulsionnelles.....	65
3.2.2 Description par transmittances isomorphes.....	67
3.2.3 Description par transmittances isochrones	68
1 Sollicitation par une sinusoïde non causale.....	68
2 Sollicitation par une sinusoïde causale	69
3.3 Descriptions internes d'un système discret	70
3.3.1 Définition d'un système sous forme de grandeurs d'état	70
3.3.2 Définition d'un système linéaire permanent	70
3.3.3 Notions d'observabilité et de gouvernabilité	71
3.4 Passages entre les descriptions internes et externes	74
3.4.1 Passage de la description en grandeurs d'état à la description en transmittance	74
3.4.2 Passages de la description en transmittance rationnelle à la description en variables d'état dans le cas d'une seule grandeur d'entrée et une seule grandeur de sortie.....	75
1 Formes modales.....	75
2 Formes jacobienne.....	78
3 Formes compagnes.....	79
3.5 Composition de systèmes	85
3.5.1 Mise en série (en cascade) de deux ou plusieurs systèmes.....	85
3.5.2 Mise en parallèle de deux ou plusieurs systèmes	87
3.5.3 Mise en rétroaction de systèmes	89
3.6 Notion de stabilité.....	92
3.6.1 Définitions	92
3.6.2 Critère de stabilité de Jury.....	93
3.7 Précision	94
3.7.1 Définition	94
3.7.2 Approche intuitive.....	94
3.7.3 Précision vis-à-vis de la conduite	95
3.7.4 Précision vis-à-vis des perturbations	99
3.7.5 Récapitulatif.....	102
3.8 Comparaison entre les systèmes continus et les systèmes discrets.....	103
EXERCICES.....	105

Chapitre 4

Synthèse harmonique des systèmes discrets	109
4.1 Transmittances en z	110
4.1.1 Propriétés des transmittances	110
4.1.2 Contour de Nyquist en z et courbe de Nyquist complète.....	110
4.1.3 Théorème de Nyquist.....	111
4.2 Transmittances en z^{-1}	113
4.2.1 Contour de Nyquist en z^{-1} et courbe de Nyquist complète.....	113
4.2.2 Théorème de Nyquist.....	113
4.3 Transmittances incrémentales	114
4.3.1 Contour de Nyquist en Δ et courbe de Nyquist complète	114
4.3.2 Théorème de Nyquist.....	114
4.4 Transmittances bilinéaires	115
4.4.1 Définition et propriétés	115
4.5 Systèmes discrets du premier ordre	115
4.5.1 Transmittance isochrone	115
4.5.2 Courbes de Bode	116
4.5.3 Courbes de Nyquist.....	116
4.6 Synthèses harmoniques	117
4.6.1 Stabilité.....	117
4.6.2 Robustesse.....	117
4.6.3 Synthèse d'un régulateur discret du type $P+I$	117
1 Méthode de synthèse harmonique.....	117
2 Mise en œuvre algorithmique	120
EXERCICES.....	129

Chapitre 5

Synthèses basées sur l'utilisation du plan z	131
5.1 Transformation bilinéaire	132
5.1.1 Introduction	132
5.1.2 Régulation de type $P+I$ d'un premier ordre discret	133
5.2 Critères d'amortissement	134
5.2.1 Introduction	134
5.2.2 Réponses indicielles des systèmes du premier ordre	135
5.2.3 Réponses indicielles de systèmes du deuxième ordre.....	137
1 Introduction.....	137
2 Systèmes oscillants.....	137
3 Systèmes non-oscillants	138
4 Systèmes critiques.....	139
5.2.4 Lieu des racines	141
5.2.5 Régulation de type $P+I$ d'un premier ordre discret.....	142
5.3 Synthèse par modèle de la transmittance de la boucle fermée.....	143
5.3.1 Introduction	143
5.3.2 Équation diophantine.....	145
1 Le système réglé	145

2	Le système réglant	145
3	Le système de régulation	146
4	$P.G.C.D.$ et $P.P.C.M.$	146
5	Équation de Bezout	147
6	Solution particulière de l'équation diophantine réduite	147
7	Solution générale de l'équation diophantine réduite	148
8	Solution minimale de l'équation diophantine réduite	148
9	Solution particulière de l'équation réduite de Bezout	149
5.3.3	<i>Compensation de tous les pôles</i>	151
1	Cas général	151
2	Synthèse par prototype	152
3	Synthèse par réponse pile	153
5.3.4	<i>Régulation d'un premier ordre discret</i>	154
5.4	Synthèse par la méthode de régulation fonctionnelle	155
5.4.1	<i>Préambule</i>	155
5.4.2	<i>Régulation en boucle ouverte</i>	155
1	Schéma de principe	155
2	Perturbations mesurables	156
5.4.3	<i>Régulation en boucle fermée</i>	156
1	Schéma de principe	156
2	Schéma réalisable	156
3	Schémas équivalents	157
4	Propriétés	160
5.4.4	<i>Régulation des systèmes inverses instables</i>	161
5.4.5	<i>Régulation des systèmes instables</i>	161
5.4.6	<i>Régulateurs classiques</i>	163
1	Régulateur $P+I$	163
2	Régulateur $P+I+D$	164
EXERCICES	167

Chapitre 6

Signaux échantillonnés	171
6.1 Limitations des calculateurs numériques	172
6.1.1 Différents usages des calculateurs numériques	173
6.2 Échantillonnage	174
6.2.1 Échantillonnage d'un signal continu	174
6.2.2 Théorème de Shannon	174
1 Cas général	174
2 Cas particulier des fonctions causales	177
6.2.3 Récapitulatif	181
6.3 Reconstitution d'un signal continu	182
6.3.1 Position du problème	182
6.3.2 Filtre cardinal	183
6.3.3 Bloqueur d'ordre zéro	185
6.3.4 Bloqueur d'ordre un	187
6.3.5 Bloqueur d'ordre n	188
6.4 Transformée en z décalée d'un signal	189
EXERCICES	191

Chapitre 7

Systèmes échantillonnés	193
7.1 Filtrages	194
7.1.1 <i>Simulation numérique d'un système continu</i>	194
1 Simulation par échantillonnage blocage	194
2 Simulation par approximation bilinéaire	197
3 Simulation par représentation d'état	198
7.1.2 <i>Construction de filtres numériques</i>	200
7.2 Commande numérique	201
7.2.1 <i>Introduction</i>	201
7.2.2 <i>Approximation bilinéaire</i>	202
1 Régulateurs classiques	204
7.2.3 <i>Échantillonneur - bloqueur</i>	205
1 Correcteurs numériques classiques	207
2 Étude de la stabilité et des oscillations cachées	208
7.2.4 <i>Synthèse par modèle de la transmittance de la boucle fermée</i>	209
1 Transmittance en z décalée	210
2 Synthèse sans oscillations cachées	212
3 Synthèse par prototype	213
4 Synthèse par prototype minimal	214
EXERCICES	219

Chapitre 8

Systèmes à actions événementielles	223
8.1 Sensibilisation	224
8.1.1 <i>Définitions : Grafcet, étape, action, transition, réceptivité</i>	224
8.1.2 <i>Définitions : divergence, convergence</i>	225
8.1.3 <i>Définitions : distribution, jonction</i>	226
8.1.4 <i>Séparation de graphes</i>	227
8.1.5 <i>Graphe de marquage</i>	229
8.1.6 <i>Actions à niveau et actions transitionnelles</i>	230
8.1.7 <i>Réceptivités à niveau et réceptivités transitionnelles</i>	231

Solution des exercices	233
-------------------------------------	-----

Bibliographie	289
----------------------------	-----

INTRODUCTION À L'AUTOMATIQUE

VOLUME 2. SYSTÈMES DISCRETS ET ÉCHANTILLONNÉS

Introduction à l'automatique est un ouvrage conçu en deux volumes à l'architecture comparable.

Le premier volume s'attache aux *Systèmes continus*, le deuxième aux *Systèmes discrets*. Ce volume traite plus particulièrement des méthodes de réglage basées sur un modèle de la boucle fermée désirée et de l'usage d'un modèle interne du système réglé.

L'ouvrage ne se limite pas aux aspects mathématiques d'une introduction à l'automatique mais fournit également des outils pratiques d'analyse et de synthèse des systèmes, utilisables par l'ingénieur de terrain. L'ensemble est illustré par de nombreux exemples théoriques et pratiques.

Raymond HANUS

Ingénieur civil physicien, ingénieur en automatique et docteur en sciences appliquées, il est professeur ordinaire à la Faculté des sciences appliquées de l'Université libre de Bruxelles et directeur du Service d'automatique et d'analyse des systèmes.

Philippe BOGAERTS

Ingénieur civil chimiste, ingénieur en automatique, docteur en sciences appliquées, il est titulaire de cours à l'Université de Mons Hainaut et à l'Université libre de Bruxelles où il est également assistant à la Faculté des sciences appliquées auprès du professeur Hanus.



ISSN 0779-9241
AUSYDI A207
ISBN 2-8041-2368-5

