

MÉTHODES ET PRATIQUES DE L'INGÉNIEUR

Collection dirigée par Pierre Borne

4 Automatique

**Analyse
et régulation
des processus
industriels**

Tome 1 - Régulation continue

P. Borne

G. Dauphin-Tanguy

J.-P. Richard

F. Rotella

I. Zambettakis

PUBLIÉ AVEC LE CONCOURS
DU MINISTÈRE DE LA RECHERCHE
ET DE L'ESPACE (DIST)

Editions TECHNIP

ECT 50/T 1

MÉTHODES ET PRATIQUES DE L'INGÉNIEUR

Collection dirigée par Pierre Borne
Professeur, Directeur scientifique de l'École Centrale de Lille

Présentation de la collection

059802
③

4 Automatique

Analyse et régulation des processus industriels



Tome 1 - Régulation continue

Pierre BORNE
Geneviève DAUPHIN-TANGUY
Jean-Pierre RICHARD
Frédéric ROTELLA
Irène ZAMBETTAKIS

Professeurs à l'École Centrale de Lille

1993

t Editions TECHNIP 27 rue Ginoux, 75737 PARIS Cedex 15, FRANCE

Table des matières

AVANT-PROPOS	21
1 PROCESSUS ET ASSERVISSEMENT	23
1.1 Notion d'asservissement	23
1.1.1 Exemples d'asservissements	23
1.1.1.1 Réglage de la température d'une douche	23
1.1.1.2 Régulateur de vitesse	25
1.1.1.3 Commande de position, amplificateur hydraulique	26
1.1.2 Schéma général d'un asservissement	27
1.1.2.1 Schéma de principe	27
1.1.2.2 Réalisation	28
1.1.2.3 Retard pur	30
1.2 Synthèse d'un asservissement	30
2 ELÉMENTS INTERVENANT DANS LES PROCESSUS ASSERVIS	33
2.1 Variables mises en œuvre	33
2.2 Eléments dissipatifs R^*	35
2.3 Eléments de stockage d'énergie de type capacitif C	37
2.4 Eléments de stockage de l'énergie de type inertiel L	40
2.5 Exemples de composition des éléments de base	43
2.5.1 Systèmes du premier ordre	43
2.5.2 Systèmes du second ordre	44

2.5.3	Analogies physiques	45
2.5.4	Exemples de montages équivalents	46
2.6	Notation simplifiée	50
3	SIGNAUX CONTINUS	51
3.1	Description temporelle des signaux continus	51
3.1.1	Signal échelon unité à t_0	52
3.1.2	Signaux impulsionnels	53
3.1.2.1	Impulsion de Dirac à t_0	53
3.1.2.2	Définition impulsionnelle d'un signal	55
3.1.3	Signaux de type exponentiel	55
3.2	Représentation fréquentielle des signaux continus	56
3.2.1	Transformée de Laplace	56
3.2.2	Propriétés des transformées de Laplace	56
4	FONCTION DE TRANSFERT D'UN FILTRE LINÉAIRE	61
4.1	Notion de fonction de transfert	61
4.2	Matrice de transfert	63
4.3	Schémas fonctionnels	64
5	GRAPHES DE FLUENCE	67
5.1	Représentation par graphe de fluence	67
5.1.1	Notations	67
5.1.2	Principe de construction du graphe	69
5.1.3	Exemples de construction de graphes	69
5.2	Règle de Mason	72
5.2.1	Enoncé de la règle de Mason	72
5.2.2	Exemples d'application	72
5.3	Cas des systèmes multivariables	74

6	REPRÉSENTATION FRÉQUENTIELLE DES FONCTIONS DE TRANSFERT	79
6.1	Lieux de Bode	79
6.1.1	Principe	79
6.1.2	Représentation des éléments de base	81
6.1.2.1	Gain k	81
6.1.2.2	Dérivation s	82
6.1.2.3	Intégration s^{-1}	82
6.1.2.4	Premier ordre : $1 + \tau s$	82
6.1.2.5	Premier ordre : $1 - \tau s$	83
6.1.2.6	Premier ordre : $(1 + \tau s)^{-1}$	83
6.1.2.7	Premier ordre : $(1 - \tau s)^{-1}$	85
6.1.2.8	Deuxième ordre en numérateur : $(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)/\omega_n^2$	86
6.1.2.9	Deuxième ordre en dénominateur : $\omega_n^2/(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)$	87
6.1.2.10	Retard $e^{-T_R s}$	88
6.1.3	Règles de tracé des lieux de Bode	88
6.1.4	Exemples	88
6.1.5	Application à la détermination de $F(s)$	92
6.1.5.1	Méthode utilisée	92
6.1.5.2	Exemple d'application	93
6.1.6	Tracé approximatif du lieu de Bode	94
6.1.6.1	Système en boucle ouverte	94
6.1.6.2	Système en boucle fermée	96
6.2	Lieu de Nyquist	97
6.2.1	Présentation	97
6.2.2	Tracé du lieu de Nyquist	97
6.2.2.1	Lieu de Nyquist de s^{-1}	98
6.2.2.2	Lieu de Nyquist de $k(1 + \tau s)^{-1}$, $k > 0$, $\tau > 0$	98
6.2.2.3	Lieu de Nyquist de $k(1 - \tau s)^{-1}$, $k > 0$, $\tau > 0$	98
6.2.2.4	Lieu de Nyquist de $k\omega_n^2(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)^{-1}$, $k > 0$	99
6.2.2.5	Lieu de Nyquist de $e^{-T_R s}$	99
6.2.3	Exemples de lieu de Nyquist	99
6.2.4	Tracé du diagramme de Nyquist	101
6.2.4.1	Règles de tracé	101
6.2.4.2	Exemples	102
6.3	Lieu de Black	106
6.3.1	Présentation	106

6.3.1.1	Lieu de Black de $k(1 + \tau s)^{-1}$, $k > 0$, $\tau > 0$	106
6.3.1.2	Lieu de Black de $k(1 - \tau s)^{-1}$	106
6.3.1.3	Lieu de Black de $k\omega_n^2(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)^{-1}$	107
6.3.2	Exemples	107

7 REPRÉSENTATION D'UN SYSTÈME CONTINU DANS L'ESPACE D'ÉTAT

7.1	Vecteur état	109
7.2	Détermination de la représentation d'état	110
7.2.1	Représentation sous forme commandable	111
7.2.1.1	Principe de la représentation	111
7.2.1.2	Passage d'une représentation d'état quelconque à la forme commandable	112
7.2.2	Représentation sous forme observable	115
7.2.2.1	Principe de la représentation	115
7.2.2.2	Passage d'une représentation d'état quelconque à la forme observable	116
7.2.3	Représentation modale	118
7.2.4	Cas d'une fonction de transfert à numérateur constant	120
7.3	Passage de l'équation d'état à la matrice de transfert	121
7.4	Intégration de l'équation d'état	122
7.4.1	Principe de l'étude	122
7.4.2	Calcul de e^{At}	123
7.4.2.1	Utilisation de la formule de Sylvester	123
7.4.2.2	Méthode des matrices constituantes	125

8 COMPORTEMENT TEMPOREL DES SYSTÈMES CONTINUS

8.1	Filtres du premier ordre	129
8.1.1	Intégrateur	129
8.1.1.1	Effet d'une condition initiale	130
8.1.1.2	Réponse impulsionnelle	130
8.1.1.3	Réponse indicielle	131
8.1.1.4	Réponse à une rampe	131
8.1.1.5	Réponse à une entrée sinusoïdale	132
8.1.2	Premier ordre $(1 + \tau s)^{-1}$	133

8.1.2.1	Effet d'une condition initiale	133
8.1.2.2	Réponse impulsionnelle	134
8.1.2.3	Réponse indicielle	134
8.1.2.4	Réponse à une entrée en rampe	135
8.1.2.5	Réponse à une entrée sinusoïdale	136
8.1.3	Premier ordre $(1 - \tau s)^{-1}$	136
8.1.3.1	Effet d'une condition initiale	137
8.1.3.2	Réponse impulsionnelle	137
8.1.3.3	Réponse indicielle	138
8.2	Filtre du deuxième ordre	138
8.2.1	Effet des conditions initiales	139
8.2.2	Réponse impulsionnelle	141
8.2.3	Réponse indicielle	141
8.3	Réponses impulsionnelles de divers filtres	143
8.4	Utilisation de la transformée de Laplace	144
9	SIGNAUX ALÉATOIRES CONTINUS	147
9.1	Signal aléatoire et variable aléatoire	147
9.1.1	Fonction de répartition et densité de probabilité	147
9.1.2	Stationnarité	149
9.1.3	Moyenne et moments	149
9.1.3.1	Espérance mathématique	149
9.1.3.2	Moyenne	149
9.1.3.3	Moments d'ordre q	150
9.1.3.4	Moments centrés d'ordre q	150
9.1.4	Ergodicité	151
9.1.5	Fonctions de corrélation	152
9.1.5.1	Fonction d'autocorrélation	152
	A. Définition	152
	B. Cas stationnaire ergodique	152
9.1.5.2	Fonction d'intercorrélation	154
	A. Définition	154
	B. Cas stationnaire ergodique	154
9.1.6	Spectres de corrélation de signaux stationnaires	155
9.1.6.1	Définitions	155
9.1.6.2	Propriétés	155
9.1.7	Signal blanc	156

9.2	Transmission d'un signal aléatoire continu à travers un filtre linéaire stationnaire	157
9.2.1	Spectre d'autocorrélation de la sortie	157
9.2.2	Spectre d'intercorrélation de la sortie avec l'entrée	158
9.2.2.1	Cas monovariante	158
9.2.2.2	Cas multivariante	158
9.2.2.3	Cas d'une structure bouclée avec perturbation	159
9.2.3	Transmission d'un bruit blanc à travers un filtre linéaire $F(s)$	160
9.2.4	Notation simplifiée	161
10	STABILITÉ DES SYSTÈMES CONTINUS LINÉAIRES	165
10.1	Allure des trajectoires d'un système continu au voisinage d'un point d'équilibre	165
10.2	Critère de Routh	169
10.2.1	Présentation du critère	169
10.2.2	Application à l'étude de la stabilité d'un processus	172
10.3	Critère de Nyquist	174
10.3.1	Présentation du critère	174
10.3.2	Enoncé du critère de Nyquist	176
10.3.3	Forme simplifiée, critère du revers	179
10.4	Robustesse de la stabilité	181
10.4.1	Marge absolue et stabilité	181
10.4.2	Coefficient d'amortissement	182
10.4.3	Marge de phase et marge de gain	183
10.4.4	Marge de gain-phase	187
10.4.5	Marge de retard	189
10.5	Etude de la stabilité des systèmes à retard	189
10.5.1	Principe	189
10.5.2	Exemples	190
11	PRÉCISION DES SYSTÈMES ASSERVIS	193
11.1	Définitions	193

11.2	Précision statique	194
11.2.1	Ecart statique dû à la consigne	195
11.2.2	Ecart statique dû à la perturbation	196
11.3	Précision dynamique	197
11.3.1	Comparaison à un système du premier ordre	197
11.3.1.1	Erreur indicielle	198
11.3.1.2	Comportement fréquentiel	198
11.3.2	Comparaison à un système du second ordre	198
11.3.2.1	Erreur indicielle	199
11.3.2.2	Comportement fréquentiel	200
11.3.3	Interprétation des caractéristiques dynamiques sur la localisation des pôles	201
12	OBSERVABILITÉ ET COMMANDABILITÉ	203
12.1	Observabilité	203
12.2	Commandabilité	204
12.2.1	Commandabilité de l'état	204
12.2.2	Commandabilité de la sortie	205
12.3	Cas général	206
12.4	Stabilisabilité, détectabilité, gouvernabilité	207
13	RÉGULATION CONTINUE	211
13.1	Principe de la régulation continue	211
13.2	Réglabilité	214
13.2.1	Notion de réglabilité	214
13.2.2	Systèmes à réglabilité élevée	214
13.2.3	Systèmes à faible réglabilité	215
13.2.4	Systèmes à réglabilité moyenne	216
13.3	Limitation de la bande passante d'un processus	216
13.4	Placement de pôles et robustesse	218
13.5	Approche polynomiale des régulations continues	220

16.2.1	Propriétés du lieu d'Evans	278
16.2.1.1	Nombre de branches	278
16.2.1.2	Points de départ	278
16.2.1.3	Points d'arrivée	279
16.2.1.4	Asymptotes, condition des angles	279
16.2.1.5	Symétrie	281
16.2.1.6	Branches du lieu sur l'axe réel	281
16.2.1.7	Points de séparation de l'axe réel	282
16.2.1.8	Intersections avec l'axe imaginaire	284
16.2.1.9	Tangente en un point terminal complexe (départ ou arrivée)	285
16.2.1.10	Exemples de tracés de lieux d'Evans	285
16.3	Correction par la méthode du lieu d'Evans	292
16.3.1	Principes utilisés	292
16.3.2	Correcteur à action proportionnelle et intégrale	293
16.3.3	Correcteur à avance de phase	294
16.3.4	Correcteur à retard de phase	295
16.3.5	Correcteur à avance-retard de phase	295
17	SYNTHÈSE DE RÉGULATIONS DANS L'ESPACE D'ÉTAT	297
17.1	Principe	297
17.2	Placement de pôles par retour d'état	298
17.3	Commande optimale à critère quadratique	301
17.3.1	Cas stationnaire, horizon infini	301
17.3.2	Cas non stationnaire, horizon fixé	304
17.4	Construction d'un observateur	304
17.5	Système bruité, filtre de Kalman	308
18	COMMANDE À MINIMUM DE VARIANCE, DÉTERMINATION D'UN FILTRE OPTIMAL	311
18.1	Cas déterministe	311
18.2	Cas stochastique	318

19	RÉALISATION PRATIQUE DE RÉSEAUX CORRECTEURS CONTINUS	323
19.1	Principes	323
19.2	Correcteurs électriques	327
19.3	Correcteurs à amplificateurs opérationnels	328
19.4	Correcteurs mécaniques	331
19.5	Correcteurs pneumatiques	332
19.5.1	Éléments pneumatiques	332
19.5.2	Régulateurs PID à soufflets	334
19.5.3	Régulateurs à membranes	337
19.6	Correcteurs hydrauliques	340
20	SYSTÈMES NON LINÉAIRES, LINÉARISATION	343
20.1	Présentation des systèmes non linéaires	343
20.2	Système à non linéarité séparable	344
20.2.1	Linéarisation approchée par non linéarité inverse	344
20.2.2	Linéarisation approchée par balayage	345
20.3	Cas général	347
20.3.1	Linéarisation locale	347
20.3.2	Linéarisation exacte par découplage	351
20.3.2.1	Description de la méthode	351
20.3.2.2	Exemples de mise en œuvre	353
21	APPROXIMATION DU PREMIER HARMONIQUE	357
21.1	Notion de gain complexe équivalent d'une non linéarité séparable	357
21.2	Détermination du gain complexe équivalent d'une non linéarité séparable impaire	359
21.3	Étude de la stabilité par l'approximation du premier harmonique	361
21.3.1	Étude sur les lieux de Bode	362

21.3.2	Etude dans le plan de Black	364
21.3.3	Etude dans le plan de Nyquist	365
22	EFFET D'UNE NON LINÉARITÉ PLACÉE DANS LA BOUCLE DE RÉGULATION	367
22.1	Description sous forme canonique	367
22.2	Réalisation de correcteurs non linéaires	368
22.2.1	Réalisation d'une avance de phase aux grandes amplitudes	369
22.2.2	Réalisation d'une avance de phase aux faibles amplitudes	369
22.2.3	Réalisation d'une non linéarité inverse	370
22.3	Représentation de systèmes non linéaires dans l'espace d'état	370
22.4	Système de commande à relais	372
22.4.1	Trajectoires de phase	372
22.4.2	Régulation à retour unitaire	373
22.4.3	Régulation avec retour tachymétrique	374
22.5	Effet d'une saturation	377
23	STABILITÉ DES SYSTÈMES CONTINUS NON LINÉAIRES	379
23.1	Notion de point d'équilibre stable	379
23.2	Définitions relatives à la stabilité	380
23.2.1	Stabilité	380
23.2.2	Attractivité	380
23.2.3	Stabilité asymptotique	381
23.2.4	Stabilité exponentielle	381
23.3	Première méthode de Lyapunov	381
23.4	Seconde méthode de Lyapunov	382
23.4.1	Fonction candidate à Lyapunov	382
23.4.2	Etude de la stabilité	383

23.5	Stabilité absolue	385
23.5.1	Critère de Popov	385
23.5.2	Extension du critère de Popov par les transformations de Gibson	386
23.5.3	Critère du cercle	387
23.6	Stabilité des systèmes décrits dans l'espace d'état	388
23.6.1	Norme du max	389
23.6.2	Norme duale du max	390
23.6.3	Distance euclidienne	391
23.6.4	Critère de Borne-Gentina	392
23.6.5	Stabilité exponentielle	393
23.7	Exemples d'études de stabilité	393
24	MÉTHODES D'IDENTIFICATION	399
24.1	Notion d'identification	399
24.1.1	Principes de l'identification	399
24.1.2	Identifiabilité	400
24.1.3	Conseils pratiques	401
24.2	Détermination du gain statique d'un processus	402
24.2.1	Détermination du gain statique en boucle ouverte	402
24.2.2	Détermination du gain statique en boucle fermée	403
24.2.2.1	Méthode de l'échelon de consigne	403
24.2.2.2	Méthode de l'échelon de perturbation	404
24.3	Analyse transitoire en boucle ouverte	405
24.3.1	Systèmes apériodiques	405
24.3.1.1	Identification à partir d'un essai de lâcher	406
A.	Système du premier ordre	406
B.	Système du second ordre ($\zeta > 1$)	407
24.3.1.2	Méthode de Strejč	407
A.	Processus avec retard faible	408
B.	Processus avec retard important	409
24.3.1.3	Méthode de Broïda	410
24.3.1.4	Identification des systèmes ayant une intégration	411
24.3.2	Système à comportement oscillant	413
24.4	Identification en boucle fermée	413

24.4.1	Recherche d'un modèle de Strejč	414
24.4.2	Recherche d'un modèle de Broida	415
24.4.3	Identification en boucle fermée d'un système avec une intégration	416
24.5	Analyse fréquentielle	418
24.6	Méthodes à modèle paramétrique	420
24.6.1	Principe de la méthode	420
24.6.2	Choix du critère	421
25	PROBLÈMES RÉSOLUS	423
25.1	Régulation de température par chauffage indirect	423
25.1.1	Résolution de la première partie	425
25.1.1.1	Schéma fonctionnel du système	425
25.1.1.2	Calcul de la première régulation	426
A.	Schéma fonctionnel du système en boucle fermée	426
B.	Calcul du régulateur	426
25.1.2	Deuxième partie	429
25.1.2.1	Schéma fonctionnel du système	429
25.1.2.2	Calcul du réglage de la boucle secondaire	429
25.1.2.3	Réglage du correcteur à action proportionnelle et intégrale	430
25.2	Régulation de niveau	432
25.2.1	Position du problème	432
25.2.2	Mise en équation	434
25.2.3	Simplification du schéma fonctionnel	435
25.2.4	Régime permanent	435
25.2.5	Caractéristiques de l'asservissement	435
25.2.5.1	Application du critère de Routh	435
25.2.5.2	Analyse par le lieu d'Evans	436
25.3	Régulation de vitesse d'un moteur à courant continu	438
25.3.1	Position du problème	438
25.3.2	Régulation avec boucle de vitesse	440
25.3.2.1	Schéma fonctionnel de l'asservissement	441
25.3.2.2	Gain donnant une précision statique de 5%	441
25.3.2.3	Déterminant du graphe	442
25.3.2.4	Transmittances du système	443

25.3.3	Système avec boucle de vitesse et boucle de courant	444
25.3.3.1	Boucle de courant seule	444
25.3.3.2	Boucle de vitesse	446
25.3.3.3	Limitation du courant de démarrage	447
25.4	Processus de régulation de température	448
25.4.1	Présentation, modélisation	448
25.4.2	Elaboration du cahier des charges	451
25.4.3	Synthèse par Black	452
25.4.4	Interprétation pratique de la structure de correction PI	462
25.5	Asservissement de la position d'une bille sur un rail	462
25.5.1	Présentation, modélisation	462
25.5.2	Cahier des charges	463
25.5.3	Synthèse par retour de sortie et réseau correcteur	464
25.5.4	Synthèse par reconstruction et retour d'état	470
25.5.5	Commande par gain périodique et retour de sortie	472

ANNEXES

477

A GAIN COMPLEXE ÉQUIVALENT
DES NON LINÉARITÉS USUELLES

479

A.1	Non linéarités symétriques	479
A.1.1	Relais	479
A.1.2	Relais à seuil	479
A.1.3	Relais et pente	480
A.1.4	Relais et hystérésis	481
A.1.5	Relais avec seuil et hystérésis	481
A.1.6	Saturation	482
A.1.7	Seuil	482
A.1.8	Seuil et saturation	483
A.1.9	Caractéristique bilinéaire	483
A.1.10	Caractéristique bilinéaire avec seuil	484
A.1.11	Caractéristique bilinéaire avec seuil (cas limite)	485
A.1.12	Caractéristique multilinéaire	485

A.1.13	Jeu sans inertie	486
A.1.14	Jeu sans inertie avec saturation	487
A.1.15	Caractéristique cubique	487
A.2	Non linéarités asymétriques	488
A.2.1	Relais asymétrique	488
A.2.2	Caractéristique bilinéaire asymétrique	489
 B COMPARAISON DES DIVERS TYPES D'ASSERVISSEMENTS		 491
 BIBLIOGRAPHIE		 493
 INDEX		 495

Cette collection s'adresse aux élèves ingénieurs, aux étudiants de maîtrise et de DEA, ainsi qu'aux ingénieurs et techniciens supérieurs en activité désirant actualiser ou compléter leur formation dans les sciences de l'ingénieur.

► P. Borne ► G. Dauphin-Tanguy
► J.-P. Richard ► F. Rotella ► I. Zambettakis

4

Analyse et régulation des processus industriels

Tome 1 - Régulation continue

Cet ouvrage en deux tomes (1. Régulation continue, 2. Régulation numérique) présente les méthodes de base, classiques et avancées, utilisées dans l'industrie pour la commande des processus.

Outre la présentation des objectifs de l'automatique, le **tome 1** aborde la régulation des systèmes continus, et notamment :

- la représentation par fonction de transfert ou par description d'état,
- l'étude des comportements temporel et fréquentiel des processus,
- les méthodes d'étude de la stabilité dans les hypothèses linéaire et non linéaire,
- l'analyse des systèmes (observabilité, commandabilité, précision, robustesse...),
- la présentation et l'étude comparative des principales méthodes de synthèse : méthodes de Black, Evans, Ziegler-Nichols, Naslin..., synthèse dans l'espace d'état, commande à minimum de variance...
- les problèmes liés à la régulation des systèmes non linéaires,
- les méthodes d'identification,
- la réalisation pratique des réseaux correcteurs selon les technologies utilisées.

De nombreux exemples illustrent la mise en œuvre des méthodes présentées. Un chapitre entier est consacré à la résolution de problèmes pratiques de régulation.

Le **tome 2**, conçu selon un plan analogue, présente les méthodes nécessaires à l'implémentation de commandes numériques et, en particulier, les méthodes de commande polynomiales par retour d'état ou de sortie, par PID numérique, adaptatives et prédictives, ainsi que les méthodes numériques d'identification paramétrique.

Ces volumes sont le résultat d'une collaboration active entre les auteurs, enseignants en automatique à l'École Centrale de Lille, sur la base de contenus définis dans le cadre d'un programme d'échanges pédagogiques associant les professeurs d'établissements partenaires de six pays.

ISBN 2-7108-0642-8



9 782710 806424

www.editionstechnip.com

graphisme  Kolette