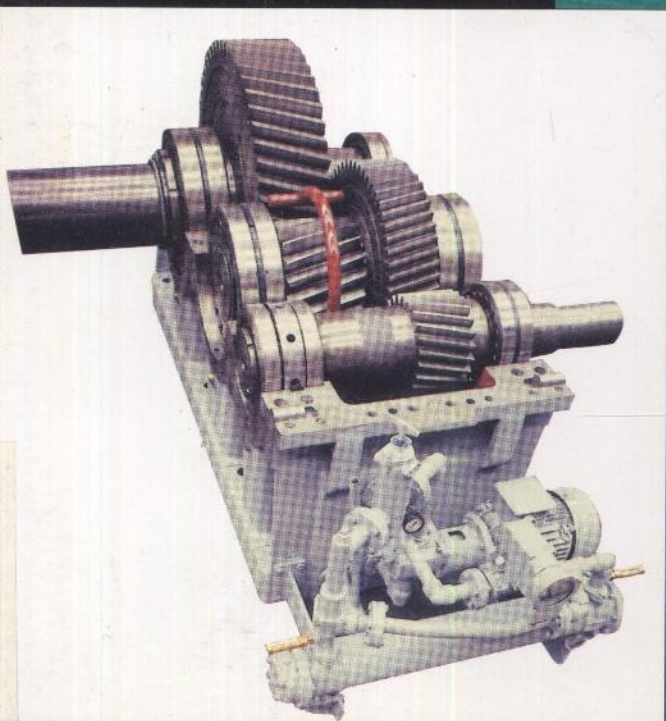


B.T.S. de Conception de produits industrialisés et de Génie mécanique  
I.U.T. de Génie mécanique  
Licences et Maîtrises de Mécanique et de Génie mécanique  
C.A.P.E.T. de Mécanique et de Génie mécanique  
Agréations de Mécanique et de Génie mécanique

# ÉTUDE GÉOMÉTRIQUE DES ENGRENAGES CYLINDRIQUES DE TRANSMISSION DE PUISSANCE

Jacques DUFAILY



ellipses

B.T.S. de Conception de Produits industrialisés et de Génie Mécanique,  
I.U.T. de Génie Mécanique,  
Licences et Maîtrises de Mécanique et de Génie Mécanique,  
C.A.P.E.T. de Mécanique et de Génie Mécanique,  
Agrégrations de Mécanique et de Génie Mécanique.

ECT 41

# ÉTUDE GÉOMÉTRIQUE

DES ENGRENAGES  
CYLINDRIQUES  
DE

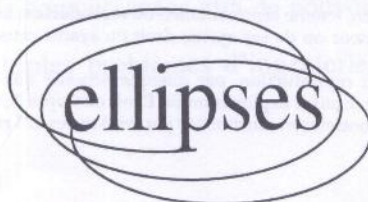
TRANSMISSION DE PUISSANCE

22024  $\frac{3}{5}$



Jacques DUFALLY

Maître de Conférences à l'Ecole Normale Supérieure de Cachan



# TABLE DES MATIÈRES

## Chapitre I : GÉNÉRALITÉS

I. PROBLÈMES GÉNÉRAUX POSÉS PAR LES ENGRENAGES .....	1
I.1. Définition .....	1
I.2. Fonctions principales d'un engrenage .....	1
I.2.1. Mécanisme de transformation de mouvement. ....	1
I.2.2. Mécanisme de transmission de puissance. ....	2
I.3. Analyse des solutions techniques. ....	3
I.3.1. Solution utilisant le phénomène d'adhérence. ....	3
I.3.2. Solution utilisant un entraînement positif par obstacle .....	3
I.4. Évaluation des pertes dissipées au contact et conséquences. ....	4
I.5. Remarque sur la nature du contact et ses conséquences. ....	4
II. RECHERCHE DES SURFACES AXOÏDES ET CLASSIFICATION DES ENGRENAGES. ....	5
II.1. Premier Problème : .....	5
II.2. Deuxième problème : .....	6
II.2.1. Les axes $\Delta_1$ et $\Delta_2$ sont quelconques. ....	6
II.2.2. Troisième problème : .....	7
II.2.2.1. $\Delta_1$ et $\Delta_2$ sont parallèles. ....	9
II.2.2.2. $\Delta_1$ et $\Delta_2$ sont concourants. ....	11
III. SCHÉMATISATION CINÉMATIQUE DES MÉCANISMES À ENGRENAGES. ....	12
III.1. But et intérêt de la schématisation. ....	12
III.2. Schématisation cinématique des engrenages suivant la norme NFE 04-015. ....	14
IV. RECHERCHE DES SURFACES CONJUGUÉES. ....	15
IV.1. Rappels de cinématique. ....	15
IV.1.1. Droite de moment nul d'un torseur .....	15
IV.1.2. Application à la cinématique .....	15
IV.2. Enveloppe d'une surface. ....	17
IV.3. Recherche de la ligne caractéristique de l'enveloppe de $\Sigma_1$ dans le mouvement de $S_1/S_2$ . ....	17
IV.3.1. Cas où $\{C_2/1\}$ modélise une rotation. ....	18
IV.3.2. Cas où $\{C_2/1\}$ modélise un mouvement de viration. ....	18
IV.4. Surfaces conjuguées d'un engrenage. ....	18
IV.4.1. Méthode des enveloppes. ....	18
IV.4.2. Méthodes des roulettes. ....	18
IV.4.3. Recherche des surfaces conjuguées d'un engrenage cylindrique droit. ....	19
IV.4.3.1. Méthode des enveloppes .....	21
IV.4.3.2. Définitions et terminologie relatives aux profils. ....	21
IV.4.3.3. Méthodes graphiques de recherche des profils conjugués. ....	22
IV.4.3.3.a. Point par point .....	22
IV.4.3.3.b. Tracé de Poncelet .....	25
IV.4.3.3.c. Tracé de Reuleaux .....	26
V. INTERFÉRENCES. ....	27
V.1. Définition .....	27
Chapitre II : ENGRENAGES CYLINDRIQUES À DENTURE DROITE EN DÉVELOPPANTE DE CERCLE	
I. Définition d'une Développante de Cercle .....	30
II. Propriétés Géométriques des Développantes de Cercle .....	31
III. Conjugaison des Profils en Développante de Cercle .....	31
III.1. Terminologie .....	33
III.2. Relations géométriques et cinématique .....	33
III.3. Influence d'une variation d'entraxe .....	34

IV. Propriété Dynamique des Profils en Développante de Cercle .....	34
V. Condition d'engrènement .....	37
VI. Pas Primitif de Fonctionnement "p" .....	38
VII. Module de Fonctionnement "m" .....	38
VIII. Relation Entre le Pas de Base 'pb' et le Pas Primitif de Fonctionnement "p" .....	39
IX. Génération des Profils en Développante de Cercle.....	39
IX.1. Outil élémentaire .....	39
IX.2. Génération d'une développante de cercle, comme enveloppe d'une droite .....	40
IX.2.1. Méthode générale .....	41
IX.2.2. Approche phénoménologique.....	44
X. Crémaillère Normalisée .....	45
XI. Définition Normalisée d'un Pignon .....	47
XI.1. Épure de taillage .....	47
XI.2. Denture déportée, coefficient de déport .....	48
XI.3. Limites des dentures .....	48
XI.4. Définition normalisée d'un pignon .....	48
XII. Paramètres Influant sur la Forme de la Dent .....	49
XII.1. Influence du coefficient de déport .....	49
XII.2. Influence de l'angle de pression .....	50
XII.3. Influence du nombre de dents .....	50
XIII. Cas d'une Denture Intérieure .....	54
XIII.1. Définition géométrique d'une couronne dentée .....	54
XIII.2. Limites des dentures .....	54
XIV. Entraxe de Référence "a0" .....	56
XIV.1. Définition.....	56
XIV.2. Relations géométriques, caractéristiques de référence.....	56
XV. Équation de la Développante de Cercle .....	56
XVI. Épaisseur Curviligne "s <sub>p</sub> " .....	65
XVII. Condition Traduisant le Fonctionnement Sans Jeu .....	67
XVII.1. Problème posé.....	67
XVII.2. Cas d'un engrenage extérieur .....	67
XVII.3. Cas d'un engrenage intérieur .....	69
XVII.4. Terminologie .....	71
XVIII. Méthode de calcul des caractéristiques géométriques d'un engrenage .....	71
XVIII.1. Bilan des équations et inconnues.....	71
XVIII.2. Méthode de résolution .....	73
XIX. Métrologie.....	77
XIX.1. Cote sur "k" dents "Ek" .....	79
XIX.1.1. Choix de k .....	80
XIX.1.2. Calcul de Ek.....	82
XIX.2. Cote sur piges .....	83
XIX.2.1. Pignon extérieur.....	83
XIX.2.2. Pignon intérieur .....	85
XX. Interférences .....	92
XX.1. Définition .....	92
XX.2. Interférence de taille .....	93

XX.2.1. Denture extérieure.....	93
XX.2.1.1 Interférence primaire.....	93
XX.2.1.2 Génération par outil crémaillère.....	93
XX.2.1.3 Génération par outil pignon.....	107
XX.2.2. Denture intérieure.....	110
XX.2.2.1 Interférence primaire.....	110
XX.2.2.2 Interférence secondaire.....	114
XX.2.2.3 Interférence d'enfoncement d'outil.....	118
XX.3. Interférence de fonctionnement.....	120
XX.3.1. Cas d'un engrenage extérieur.....	120
XX.3.2. Cas d'un engrenage intérieur.....	120
XXI. Conduite.....	122
XXI.1. Première définition.....	122
XXI.2. Deuxième définition.....	122
XXI.3. Engrenage extérieur.....	124
XXI.3.1. Méthode analytique.....	124
XXI.3.2. Méthode graphique.....	125
XXI.4. Engrenage intérieur.....	127
XXI.4.1. Méthode analytique.....	127
XXI.4.2. Méthode graphique.....	129
XXII. Glissement Spécifique.....	131
XXII.1. Mise en évidence.....	131
XXII.1.1. Glissement du point géométrique de contact "dsi".....	131
XXII.1.2. Glissement relatif élémentaire "dg".....	132
XXII.1.3. Glissement spécifique "gsi".....	132
XXII.2. Application à un engrenage extérieur.....	132
XXII.2.1. Expression de "gsi".....	133
XXII.2.1.1 Expression des glissements en M.....	133
XXII.2.1.2 Glissement relatif élémentaire.....	134
XXII.2.1.3 Glissement spécifique.....	134
XXII.2.2. Graphe de "gsi".....	134
XXII.3. Équilibrage des "gsMax".....	136
XXII.4. Équilibrage à l'usure.....	137
Chapitre III : ÉTUDE GÉOMÉTRIQUE DES ENGRENAGES CYLINDRIQUES À DENTURE HÉLICOÏDALE	
I. Définitions géométriques élémentaires.....	139
I.1. Engrenage cylindrique à denture droite.....	139
I.2. Engrenage cylindrique à denture hélicoïdale.....	139
I.3. Terminologie.....	140
II. Plan d'engrènement.....	141
III. Angle d'hélice "β".....	141
IV. Génération d'un pignon à denture hélicoïdale à profil en développante de cercle.....	142
IV.1. Engrenage "crémaillère-pignon".....	142
IV.2. Crémaillère de taille.....	144
IV.3. Définition géométrique du profil de denture comme enveloppe du plan générateur.....	144
IV.4. Cinématique des machines à tailler avec crémaillère.....	147
V. Relations géométriques.....	148
V.1. Relation entre $(\beta_b, \beta \text{ et } \alpha)$ et $(\beta_{b0}, \beta_0 \text{ et } \alpha_0)$ .....	148
V.2. Relation entre $(\beta, \alpha_n \text{ et } \alpha)$ et $(\beta, \alpha_n0 \text{ et } \alpha_0)$ .....	148
V.3. Relation entre les pas : $p_{bn}, p_{bt}, p_t(0)$ et $p_n(0)$ .....	148
VI. Condition d'engrènement de deux pignons.....	150

VII. Normalisation des pignons à denture hélicoïdale en développante de cercle .....	151
VII.1. Crémaillère .....	151
VII.2. Pignon .....	151
VII.2.1. Primitif de taille.....	151
VII.2.2. Déport de denture.....	152
VII.2.3. Hauteurs de dent et diamètres normalisés .....	152
VII.2.4. Définition normalisée d'un pignon .....	153
VIII. Entraxe de Référence "a0" .....	154
VIII.1. Définition .....	154
VIII.2. Relations géométriques, caractéristiques de référence .....	154
IX. Caractéristiques de fonctionnement.....	154
IX.1. Primitifs de fonctionnement .....	154
IX.2. Pas primitif apparent de fonctionnement pt .....	154
IX.3. Module apparent de fonctionnement mt.....	155
IX.4. Module normal de fonctionnement mn .....	155
IX.5. Angle d'hélice de fonctionnement.....	155
IX.6. Condition de conjugaison des profils .....	155
IX.7. Condition de fonctionnement sans jeu .....	156
IX.7.1. Cas d'un engrenage extérieur.....	156
IX.7.2. Cas d'un engrenage intérieur.....	156
IX.8. Méthode pratique de calcul .....	157
X. Conduite, recouvrement .....	160
X.1. Définitions .....	160
X.2. Conduite de profil $C\alpha$ .....	161
X.2.1. Engrenages extérieurs.....	161
X.2.1.1. Méthode analytique.....	161
X.2.1.2. Méthode graphique .....	163
X.2.2. Engrenages intérieurs.....	163
X.2.2.1. Méthode analytique.....	163
X.2.2.2. Méthode graphique .....	164
X.3. Conduite de recouvrement $C\beta$ .....	164
X.3.1. Méthode analytique .....	164
XI. Glissement spécifique .....	165
XI.1. Expression de "gsi" .....	165
XI.1.1. Expression des glissements en M .....	165
XI.1.1.1. Glissement relatif élémentaire.....	165
XI.1.1.2. Glissement spécifique.....	166
XI.1.2. Graphe de "gsi" .....	166
XII. Métrologie .....	168
XII.1. Cote sur k dents.....	169
XII.1.1. Choix de k .....	169
XII.1.2. Calcul de $E_{kn}$ .....	170
XII.2. Cote sur piges .....	171
XII.2.1. Denture extérieure .....	171
XII.2.2. Denture intérieure .....	177
XIII. Analyse des efforts .....	181
XIII.1. Action mécanique sur un pignon .....	181
XIII.2. Équilibrage des efforts axiaux .....	183
XIV. Conclusion .....	184

## Chapitre IV: GÉNÉRATION DES ENGRENAGES CYLINDRIQUES

I. Génération par outil crémaillère .....	185
I.1. Présentation d'une machine MAAG .....	186
I.2. Remarques sur les Outils Crémaillères .....	190
I.3. Outil ébaucheur .....	191
I.4. Outil de prérectification .....	193
I.5. Outil à protubérance .....	193
I.6. Modes opératoires .....	194
I.6.1. Pignons finis d'outil .....	194
I.6.1.1. Usinage de l'ébauche .....	194
I.6.1.2. Usinage de la finition .....	195
I.6.2. Pignons ébauchés pour finition par rectification .....	195
II. Génération à Partir d'un Outil Pignon .....	196
II.1. Principe .....	196
II.2. Géométrie d'un outil pignon .....	196
II.3. Mouvements nécessaires au taillage .....	198
II.3.1. Mouvement de génération .....	198
II.3.2. Mouvement de coupe .....	198
II.3.3. Mouvement d'avance .....	198
II.4. Problèmes spécifiques à ce mode de génération .....	200
II.4.1. Mouvement de coupe .....	200
II.4.2. Mouvement d'avance .....	200
II.4.3. Mouvement de génération .....	202
II.4.4. Mouvement de recul .....	203
II.4.5. Mouvement de pénétration .....	203
II.5. Modes opératoires .....	204
II.5.1. Méthode analytique .....	204
II.5.2. Méthode simplifiée .....	205
III. Génération à Partir d'une Fraise Mère .....	206
III.1. Principe .....	206
III.1.1. Outil "fraise mère" .....	207
III.1.1.1. Géométrie d'une fraise mère .....	207
III.1.1.2. Crémaillère équivalente élémentaire .....	208
III.1.1.3. Génération d'un pignon cylindrique comme enveloppe d'un plan .....	208
III.1.1.4. Remarque sur la géométrie des outils fraise mère .....	212
III.1.2. Mouvements nécessaires à ce mode de génération .....	212
III.1.2.1. Position relative Outil-Pièce .....	213
III.1.2.2. Mouvement de coupe .....	213
III.1.2.3. Mouvement de génération .....	213
III.1.2.4. Mouvement d'avance .....	215
III.2. Analyse de la machine PRECIMO .....	217
III.2.1. Mouvement de coupe .....	219
III.2.2. Mouvement de génération .....	219
III.2.3. Mouvement d'avance .....	219
III.3. Modes opératoires .....	220
BIBLIOGRAPHIE .....	223

Cet ouvrage sur les transmissions de puissance par engrenages cylindriques s'adresse à tous les étudiants de premier et second cycle qui ont choisi une orientation et une formation liée à la conception mécanique.

Ce livre, illustré de nombreuses figures, se veut pédagogique et ne demande qu'un minimum de connaissances en cinématique, sur les mouvements plans, les bases et roullantes.

Son objectif est double :

- faire acquérir un minimum de connaissances afin de pouvoir engager un dialogue avec un spécialiste engrenagiste ;
- aborder et résoudre les multiples problèmes d'ingénieries posés aux industriels de la mécanique générale.

**Illustration de couverture :** doc. Messian Citroën, réducteur H 2 C 710 (puissance : 2250 kW, vitesse : 980/124,875 tr/mn, masse : 9.300kg).



ISBN 2-7298-5703-6