Automatique appliquée

2. Systèmes linéaires de commande à signaux échantillonnés

E. DIEULESAINT
D. ROYER

Avec 71 exercices résolus

MASSON

ENSEIGNEMENT DE LA PHYSIQUE

ECT 40 /T2

Automatique appliquée

2. Systèmes linéaires de commande à signaux échantillonnés

20846 3/3

Avec 71 exercices résolus

E. DIEULESAINT
Ingénieur E.S.E
Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie (Paris VI).

D. ROYER
Ingénieur E.S.P.C.I.
Professeur à l'Université Paris 7

MASSON Paris Milan Barcelone Mexico 1990

TABLE DES MATIERES

AVANT PROPOS IX

1 - DESCRIPTION GENERALE 1

1.1. Structures de commande par processeur numérique 1
1.2. Schéma fonctionnel 4
1.3. Méthode d'analyse 7
1.4. Exercices 11

2 - SIGNAUX ET SYSTEMES A TEMPS DISCRET 16

2.1. Signaux 17
2.1.1. Signaux de référence 17
2.1.2. Transformation en z 19
2.1.2.1. Principales propriétés 22
2.1.2.2. Méthodes d'inversion 27

2.2. Système invariant et linéaire (SIL) 30
2.2.1. Equations aux différences 33
2.2.1.1. Systèmes intrinsèquement discrets 33
2.2.1.2. Description approchée du comportement d'un système analogique. Discrétisation. 40
2.2.1.3. Résolution générale. Transmittance en z 44
2.2.2. Modes. Stabilité. 48
2.2.3. Critère de Jury. Critère de Routh. 50
2.2.4. Structure à boucle. 53

2.3. Exercices. 55

3 - MODELES D'ORDRE 1, 2, n. 62

3.1. Modèle du premier ordre. 62

3.1.1. Réponses temporelles. 63
3.1.2. Réponse fréquentielle. 65
3.1.3. Modèle non élémentaire. 67
3.1.4. Diagramme de simulation. 70

3.2. Modèle du deuxième ordre. 72

3.2.1. Stabilité. 72
3.2.2. Réponses temporelles. 73
3.2.3. Réponse fréquentielle. 75
3.2.4. Modèle non élémentaire. Influence d'un zéro. 77
3.2.5. Diagramme de simulation. Vecteur d'état. 79

3.3. Modèle d'ordre supérieur à deux. Equation d'état. 81

3.3.1. Forme canonique de commande. 82
3.3.2. Forme modale. 85
3.3.3. Forme canonique d'observation. 88
3.3.4. Matrice de transition discrète. Matrice des transmittances. 90
3.3.5. Gouvernabilité. Observabilité. 94
3.3.5.1. Critères modaux 95
3.3.5.2. Critères directs 96

3.4. Exercices 97

4 - MODELE A SIGNAUX ECHANTILLONNES D'UN SYSTEME DE COMMANDE 104

4.1. Signal Echantillonné. 105

4.1.1. Spectre d'une suite régulière d'impulsions de durée constante. 107
4.1.1.1. Echantillonnage par "multiplication". 107
4.1.1.2. Echantillonnage idéal. 111
4.1.1.3. Echantillonnage avec maintien. 112
4.1.2. Transformée de Fourier Discrète-Rapide. 113
4.1.3. Transformée de Laplace. 117
4.1.3.1. Expression de la transformée de Laplace d'une suite d'impulsions. 117
4.1.3.2. Correspondance $s \rightarrow z$. 120
4.1.4. Reconstruction du signal analogique. 122

4.2. Modèle d'un système de commande avec bloqueur. 125

4.2.1. Construction du signal analogique de commande. 125
4.2.2. Transmittance en z. Exemples. 128
4.2.3. Equation d'état. 135

4.3. Exercices. 144

5 - CORRECTION DES SYSTEMES DE COMMANDE 155

5.1. Caractéristiques. 155

5.1.1. Régime transitoire. 156
5.1.2. Régime permanent. 159
5.1.3. Effet d'une perturbation. 162
5.1.4. Correcteur. 162

5.2. Transposition des méthodes analogiques. 164

5.2.1. Discrétisation d'un correcteur analogique 165
5.2.1.1. Correcteur défini par une équation différentielle 165
5.2.1.2. Correcteur (filtre) défini par sa transmittance C(s) 166
5.2.1.3. Correcteur défini par une réponse temporelle 171
5.2.1.4. Exemples 173
5.2.2. Prise en compte du bloqueur dans la synthèse du correcteur 179

5.3. Synthèse directe - Modèle imposé 184

5.3.1. Réponse en temps (discret) minimal absolu 184
5.3.2. Réponse en temps (discret) fini 187
5.3.3. Réponse pile 189

5.4. Lieu des racines de l'équation caractéristique 193

5.5. Synthèse dans l'espace d'état 198

5.5.1. Racines imposées. Commande par retour d'état 198
5.5.1.1. Calcul direct de la matrice de gain 200
5.5.1.2. Formule d'Ackermann 202
5.5.1.3. Système de poursuite. Servomécanisme 205
5.5.1.4. Constructeur (observateur) d'état 206
5.5.2. Etat final imposé. Réponse pile 209
5.5.2.1. Critère de réponse pile dans l'espace d'état 209
5.5.2.2. Exemple: système du second ordre 210
5.5.2.3. Recalage à l'origine d'un régulateur 213

5.6. Exercices 213

6 - COMMANDE OPTIMALE 219

6.1. Critère d'optimalisation 220

6.2. Programmation dynamique - Principe d'optimalité de Bellman 223

6.2.1. Equation fonctionnelle de Bellman 225
6.2.2. Exemple 226

6.3. Systèmes linéaires et critères quadratiques 228

6.3.1. Commande optimale d'un régulateur 228

6.3.1.1. Equation de Riccati. Matrice de contre-réaction 229
6.3.1.2. Exemple. Système à inertie 234
6.3.2. Systèmes et critères stationnaires à temps infini d'observation 238
6.3.2.1. Equations de Hamilton 239
6.3.2.2. Régime permanent de l'équation de Riccati 240
6.3.2.3. Lieu des racines et de leurs inverses 243
6.3.2.4. Optimalisation des paramètres d'un régulateur 248
6.3.3. Problème de poursuite (servomécanisme). 250

6.4. Exercices. 252

7 - COMMANDE EN PRESENCE DE BRUIT 255

7.1. Evolution d'un SIL soumis à un signal aléatoire 257

7.2. Estimation de l'état en présence de bruit. Filtre de Kalman 260

7.2.1. Estimation à partir des lois de probabilité a posteriori 261
7.2.1.1. Variables aléatoires gaussiennes scalaires 263
7.2.1.2. Vecteurs aléatoires gaussiens 265
7.2.2. Estimation à partir des lois de probabilité a priori 267
7.2.2.1. Estimation linéaire a minimum de variance a priori 268
7.2.2.2. Principe d'orthogonalité 270
7.2.2.3. Exemple d'estimation non linéaire 271
7.2.3. Estimation linéaire récurrente. Filtre de Kalman 273

7.3. Commande à partir de l'état estimé 281

7.4. Exercices 283

ANNEXES 287

A. Transformées en z 287
B. Transformée en z modifiée 289
C. Résolution des systèmes linéaires. Méthode des moindres carrés 293
D. Lemme d'inversion matricielle 297
E. Probabilités et variables aléatoires 299

REFERENCES 313

BIBLIOGRAPHIE 314

INDEX ALPHABETIQUE 316

AUTOMATIQUE APPLIQUÉE

2. Systèmes linéaires de commande à signaux échantillonnés

E. DIEULESAINT
D. ROYER

L'objectif de cet ouvrage est d'exposer, d'un point de vue physique, les notions nécessaires à l'analyse et à la synthèse de la commande, par processeur numérique, d'un dispositif analogique. La lecture de ce second tome sera facilitée par l'étude des méthodes analogiques de commande exposées dans le tome 1.

Ce second tome est divisé en sept chapitres. Les trois premiers portent respectivement sur le schéma fonctionnel de commande, les systèmes à temps discret et leur stabilité, les modèles d'ordre un, deux et *n* supérieur à 2. Ces derniers sont décrits par vecteur d'état. La commande numérique d'un dispositif analogique est modélisée dans le 4e chapitre. Les moyens d'imposer au système un fonctionnement satisfaisant sont étudiés dans le 5e chapitre. Dans le 6e chapitre, la commande optimale est traitée suivant la méthode de programmation dynamique. L'objet principal du 7e et dernier chapitre, intitulé « Commande en présence du bruit », est d'introduire l'estimateur récursif, optimal selon Kalman. Des exercices avec solutions détaillées (71) sont proposés à la fin de chaque chapitre.

Cet ouvrage s'adresse aux étudiants de niveau maîtrise et troisième cycle en EEA (Electronique — Electrotechnique — Automatique) et robotique ainsi qu'aux élèves des grandes écoles scientifiques et aux ingénieurs exerçant des activités en physique appliquée (instrumentation, métrologie, télécommunications...).

E. DIEULESAINT est ingénieur ESE et professeur à l'université Pierre-et-Marie-Curie (Paris-VI). D. ROYER est ingénieur ESPCI et professeur à l'université Paris-7.

ISBN : 2-225-82198-4